



Rolling Contact Fatigue Analysis of Bearings in the Presence of Oil Lubrication Considering the Effect of Pitting

Zahra Isavi Behbahani¹, Hamid Shakerin², Saleh Akbarzadeh^{1*}

1. Department of Mechanical Engineering, Isfahan University of Technology, Isfahan 8415683111, Iran
2. Isfahan Shakerin Gearbox CO, Isfahan, 8161195117, Iran

Abstract: Abstract: Rolling contact fatigue is one of the most common failure mechanisms in bearings, manifesting as surface and subsurface cracks that ultimately lead to pitting. This failure, resulting from repeated stresses in the contact region between the rolling element and the raceway, can severely affect system performance, making its accurate prediction essential from a design and durability perspective. In this study, in order to achieve a more accurate estimation of fatigue life associated with pitting, the actual contact friction coefficient is first determined based on reliable experimental data, and then the Hertzian surface and subsurface stresses are calculated. The analyses indicate that the maximum subsurface shear stress plays a decisive role in the initiation of cracks associated with pitting. Subsequently, three fatigue models, the continuum damage mechanics model, the Ioannides–Harris empirical model, and the Zaretsky statistical model are implemented and compared. The results show that the continuum damage mechanics model provides higher accuracy under high load conditions, the Zaretsky model yields predictions close to experimental data, and the Ioannides–Harris model exhibits more conservative behavior in certain stress ranges due to the presence of a fatigue limit. The discrepancies among these predictions highlight the importance of selecting an appropriate fatigue model and the role of the fatigue threshold in life assessment. The findings of this research, by offering a simple yet accurate framework, can be applied to the design and performance improvement of industrial bearings.

Keywords: Rolling contact fatigue, Fatigue limit, Ioannides–Harris model, Pitting, Subsurface shear stress, Continuum damage mechanics.

Received: Dec. 09, 2025; Revised: Feb. 24, 2026; Accepted: Feb. 26, 2026; Published Online: Jun. 20, 2026.

* Corresponding Author s.akbarzadeh@iut.ac.ir

How to Cite: Isavi Behbahani Zahra, Shakerin Hamid, Akbarzadeh Saleh, Rolling contact fatigue analysis of bearings in the presence of oil lubrication considering the effect of pitting, Journal of Computational Methods in Engineering; 2026, 45(1), 181-201; doi.org/10.47176/jcme.45.1.1079.





مقاله پژوهشی

تحلیل خستگی تماس غلتشی بیرینگ‌ها در حضور روانکاری با روغن با در نظر گرفتن اثر حفره‌حفره شدن

زهرای عیسوی بهبهانی^۱، حمید شاکرین^۲ و صالح اکبرزاده^{۳*}

۱. دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان، اصفهان، ایران، صندوق پستی ۸۴۱۵۶۸۳۱۱۱

۲. شرکت شاکرین گیربکس اصفهان، اصفهان، ایران، کدپستی ۸۱۶۱۱۹۵۱۱۷

چکیده - خستگی تماس غلتشی^۱ یکی از رایج‌ترین سازوکارهای خرابی در یاتاقان‌ها است که به صورت ترک‌های سطحی و زیرسطحی ظاهر شده و نهایتاً به پدیده‌ی حفره‌حفره شدن^۲ منجر می‌شود. این خرابی که پیامد تنش‌های تکراری در ناحیه تماس بین عنصر غلتشی و مسیر غلتش است، عملکرد سامانه را به صورت جدی تحت تأثیر قرار می‌دهد و پیش‌بینی دقیق آن از دیدگاه طراحی و دوام ضروری است. در این پژوهش، به منظور برآورد دقیق‌تر عمر خستگی ناشی از حفره‌حفره شدن، ابتدا ضریب اصطکاک واقعی تماس بر اساس داده‌های تجربی معتبر تعیین و سپس تنش‌های سطحی و زیرسطحی هر ترم محاسبه شد. تحلیل‌ها نشان می‌دهد که تنش برشی زیرسطحی بیشینه نقش تعیین‌کننده‌ای در آغاز ترک‌های مرتبط با حفره‌حفره شدن دارد. در ادامه، سه مدل خستگی شامل مدل مکانیک آسیب پیوسته^۳، مدل تجربی یوانیدیس-هریس^۴ و مدل آماری زارتسکی^۵ پیاده‌سازی و مقایسه شده‌اند. نتایج نشان می‌دهند مدل مکانیک آسیب پیوسته در بارهای بالا دقت بیشتری داشته، مدل زارتسکی پیش‌بینی‌هایی نزدیک به داده‌های تجربی ارائه می‌کند و مدل یوانیدیس-هریس به دلیل وجود حد خستگی، رفتار محافظه‌کارانه‌تری در برخی بازه‌های تنش دارد. اختلاف این پیش‌بینی‌ها اهمیت انتخاب مدل مناسب و نقش آستانه خستگی در تحلیل عمر را برجسته می‌کند. یافته‌های این تحقیق با ارائه چارچوبی ساده، می‌تواند در طراحی و بهبود عملکرد یاتاقان‌های صنعتی مورد استفاده قرار گیرد.

واژه‌های کلیدی: خستگی تماس غلتشی، حد خستگی، مدل یوانیدیس-هریس، حفره‌حفره شدن، تنش برشی زیرسطحی، مکانیک آسیب پیوسته

دریافت مقاله: ۱۴۰۴/۱۲/۰۹، بازنگری: ۱۴۰۵/۰۲/۲۶، پذیرش: ۱۴۰۵/۰۲/۲۶، اولین انتشار: ۱۴۰۵/۰۳/۳۰

* نویسنده مسئول، رایانامه: s.akbarzadeh@iut.ac.ir



فهرست علائم

		نمادهای لاتین	
P_{Max}	تنش بیشینه ورودی، Pa	a	شعاع ناحیه تماس، m
p	سختی نفوذ	c	نمای زارتسکی
n	چگالی زبری، $\frac{1}{m^2}$	D_c	آسیب بحرانی
R	شعاع تماس معادل، m	E	مدول یانگ، Pa
S	نرخ لغزش به غلتش	\hat{E}	مدول الاستیک معادل
S_f	تنش شکست، Pa	F_t	نیرو، N
S_e	حد تحمل، Pa	f_c	ضریب اصطکاک زبری
T_o	دمای ورودی، K	f	ضریب اصطکاک
u	سرعت غلتش، m/s	G	عدد ماده بی‌بعد
u_s	سرعت لغزش، m/s	H	ماژول سختی چرخه
V	عدد سختی	K	عدد دمای بی‌بعد
v	سختی ویکرز، HV	K_T	ضریب دما-گرانروی، K^{-1}
W	عدد بار بی‌بعد	k	هدایت حرارتی، W/m.K
Z	متغیر گرانروی-فشار	M	توان سختی چرخه
		N	تعداد چرخه عمر
		علائم یونانی	
$\bar{\sigma}$	زبری بی‌بعد	ΔT	افزایش دما
σ_y	تنش تسلیم، Pa	κ	شاخص بیضوی بودن
τ_{Max}	تنش برشی بیشینه، Pa	μ_{avg}	گرانروی متوسط
τ_{lim}	تنش برشی حدی	μ_o	گرانروی روانکار در فشار اتمسفر، pa.s
		σ	انحراف معیار، m

۱- مقدمه

اصطکاک به صورت ثابت یا ساده شده در نظر گرفته می‌شود. در این پژوهش، ضریب اصطکاک واقعی تماس بر اساس مدل‌های روانکاری الاستوهیدرودینامیک^۶ محاسبه شده و اثر آن بر توزیع تنش‌های زیرسطحی و پیش‌بینی عمر خستگی یاتاقان بررسی و با مدل‌های متداول مقایسه شده است. در سال‌های اخیر، پژوهش‌های متعددی به بررسی اثر اصطکاک، زبری سطح و شرایط روانکاری بر خستگی تماس غلتشی یاتاقان‌ها پرداخته‌اند. ژائو و ژانگ (۱) اثر بافت سطحی و حضور آلاینده‌های جامد در

یاتاقان‌های غلتشی از اجزای کلیدی سیستم‌های مکانیکی بوده و خستگی تماس غلتشی یکی از مهم‌ترین سازوکارهای خرابی آن‌هاست که در اثر تنش‌های تماسی تکرارشونده ایجاد می‌شود. پژوهش‌ها نشان می‌دهند که تنش‌های برشی زیرسطحی و ضریب اصطکاک تماس نقش تعیین‌کننده‌ای در آغاز خرابی و کاهش عمر یاتاقان دارند، در حالی که در بسیاری از مدل‌های پیش‌بینی عمر،

روش‌های عددی در مهندسی، سال ۴۵، شماره ۱، تابستان ۱۴۰۵

مکانیک تماس ارائه داده‌اند و نقاط قوت و محدودیت هر مدل را برای پیش‌بینی عمر خستگی نشان داده‌اند. قطره‌سامانی و همکاران (۱۳) با استفاده از روش مکانیک آسیب پیوسته (CDM) مبتنی بر ترمودینامیک به پیش‌بینی ضریب سایش برای موارد بارگذاری خشک متوالی پرداختند. در این مقاله برای پیش‌بینی سایش از روش قانون آرچارد و مکانیک آسیب پیوسته استفاده و سایش‌های پیش‌بینی شده با داده‌های تجربی مقایسه شده‌اند. در مطالعه‌ی صالحی و همکاران (۱۴)، روشی آزمایشگاهی همراه با رویکرد ترمودینامیکی برای ارزیابی سایش چسبان در شرایط سرعت متغیر ارائه شده است. با استفاده از مکانیک آسیب پیوسته احتمال تشکیل ذرات سایش و ضریب سایش محاسبه شد و نتایج آزمون‌های پین روی دیسک در سرعت‌های صعودی، نزولی و متغیر نشان داد که داده‌های آزمایشگاهی به خوبی با مدل CDM سازگارند. به طور کلی، بیشتر مطالعات پیشین یا بر اثرات اصطکاک و روانکاری تمرکز داشته‌اند یا تحلیل تنش زیرسطحی، اما تعداد کمی از آن‌ها به طور یکپارچه تأثیر اصطکاک واقعی و شرایط روانکاری را در مدل‌های پیش‌بینی عمر خستگی لحاظ کرده‌اند.

این مرور نشان می‌دهد که یک رویکرد جامع که ضریب اصطکاک واقعی تماس و شرایط عملیاتی را به طور همزمان در تحلیل تنش و عمر خستگی یاتاقان‌ها لحاظ کند، هنوز محدود و کمتر مورد بررسی قرار گرفته است. پژوهش حاضر با ترکیب این عوامل و مقایسه مدل‌های مختلف پیش‌بینی عمر، تلاش می‌کند این خلأ را پر کند و تصویری دقیق‌تر از سازوکار خستگی تماس غلظتی ارائه دهد.

۲- روش تحقیق

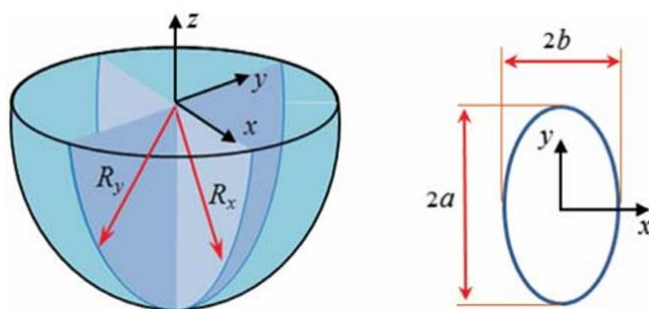
۲-۱. مدل محاسبه ضریب اصطکاک مبتنی بر روانکاری الاستوهیدرودینامیک

در این پژوهش، به منظور تحلیل اثر ضریب اصطکاک چارچوبی ارائه شده که شامل مدل تماس هر تاز، مدل روانکاری الاستوهیدرودینامیک برای محاسبه ضریب اصطکاک واقعی و

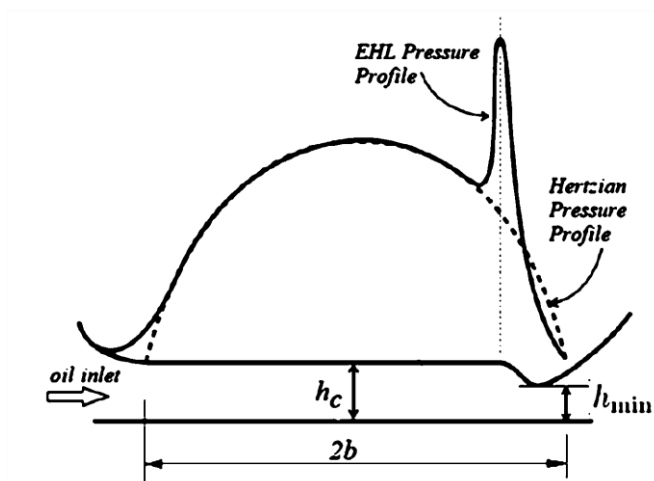
روانکار را بررسی کردند و نشان دادند که بافت مناسب سطح می‌تواند سایش و ارتعاشات یاتاقان را کاهش دهد. این مطالعه اهمیت طراحی سطح و کنترل کیفیت روانکاری را برای بهبود عملکرد یاتاقان‌ها برجسته کرد. مطالعات گابلی و مورالس (۲) و همچنین جیانگ و شیانگ (۳) نشان دادند که اصطکاک سطحی نه تنها باعث افزایش دما می‌شود بلکه تأثیر مستقیمی بر آغاز و رشد ترک‌های زیرسطحی دارد. استفاده از روش‌های عددی و یادگیری عمیق در پیش‌بینی عمر باقی‌مانده یاتاقان‌ها امکان تحلیل دقیق‌تر رفتار تخریبی و ارتباط آن با شرایط اصطکاک را فراهم کرده است. لورنز و همکاران (۴) با توسعه مدل‌های عددی نشان دادند که زبری سطح چگونه توزیع تنش برشی را تغییر می‌دهد و در نتیجه بر سازوکارهای شکست سطحی تأثیر می‌گذارد. مطالعه مسجدی و خوانساری با ترکیب شبیه‌سازی عددی و تحلیل‌های آماری، روابط ساده و کاربردی برای پیش‌بینی ضخامت فیلم روانکار و نسبت بار زبری ارائه داد که امکان استفاده مستقیم در طراحی تماس‌های روانکاری شده را فراهم می‌کند. پژوهش یوان و همکاران (۵) نشان داد که افزایش زبری سطح و بار اعمالی باعث افزایش ضریب اصطکاک و کاهش کیفیت روانکاری می‌شود، در حالی که کاهش زبری موجب تشکیل فیلم روانکار پایدارتر و مقاومت سایشی بالاتر می‌شود. این نتایج با تحلیل سیگنال ضریب اصطکاک و استفاده از نظریه آشوب برای ارزیابی کیفیت روانکاری اولیه پشتیبانی شدند.

در حوزه تنش‌های زیرسطحی، مطالعات متعددی بر اساس روابط مکانیک تماس هر تاز انجام شده‌اند. مورالز-اسپجل و همکاران (۶) یک مدل جامع ارائه کردند که سازوکارهای آسیب سطحی و زیرسطحی را به طور همزمان در نظر می‌گیرد. چین و همکاران (۷)، سو و همکاران (۸) و بالان و همکاران (۹) نیز اثر زبری، بار و شرایط روانکاری را بر توزیع تنش و آغاز خستگی زیرسطحی بررسی کرده‌اند و اهمیت انتخاب متغیرهای کلیدی برای تحلیل عمر یاتاقان‌ها را تأکید کرده‌اند.

تحقیقات مک‌دی‌آرمید (۱۰)، رینگزبرگ و همکاران (۱۱) و لی و همکاران (۱۲)، مرور جامعی از مدل‌های کلاسیک و پیشرفته



شکل ۱. مختصات و هندسه تماس بیضوی (۱۵)



شکل ۲. ویژگی‌های روانکاری الاستوهیدرودینامیک (۱۶)

می‌شود. h_T ضخامت موضعی فیلم روانکار^۸ و \bar{h}_T به‌عنوان فاصله‌ی متوسط شکاف روانکار در نظر گرفته می‌شود. σ انحراف معیار زبری ترکیبی دو سطح تماس را نشان می‌دهد. h ضخامت فیلم روانکار، μ گرانروی سیال، ρ چگالی سیال و u سرعت غلتشی است. در ادامه، مسجدی و خوانساری روابط تحلیلی ساده و قابل کاربرد استخراج کردند که امکان پیش‌بینی مستقیم مشخصه‌های اصلی روانکاری را فراهم می‌کند. این روابط، که به ترتیب ضخامت فیلم مرکزی بی‌بعد H_c ، حداقل ضخامت فیلم بی‌بعد H_{min} و نسبت بار زبری بی‌بعد L_a را بیان می‌کنند. A نشان‌دهنده نسبت بار تحمل شده توسط فیلم روانکار به بار تحمل شده توسط زبری‌ها است ($\frac{h_{min}}{\sigma}$). شکل ۲، ضخامت فیلم مرکزی بعددار ($h_c = R_x \times H_c$) و حداقل ضخامت فیلم بعددار ($h_{min} = R_x \times H_{min}$) را نشان می‌دهد.

مدل‌های پیش‌بینی عمر خستگی تماس غلتشی است. تماس بین ساچمه و مسیر غلتش^۷ یا تاقان به‌صورت تماس نقطه‌ای بیضوی در نظر گرفته شده است. شکل ۱ هندسه و مختصات تماس بیضوی میان ساچمه و سطح حلقه را نشان می‌دهد. با فرض روانکار نیوتنی، تراکم‌ناپذیر و ایزوترمال و با در نظر گرفتن جریان لایه‌ای در یک فیلم نازک بین دو سطح نسبتاً هموار، معادله‌ی حاکم بر توزیع فشار روانکار از معادله رینولدز اصلاح‌شده (معادله ۱) به‌دست می‌آید (۱۵).

$$\frac{\partial}{\partial x} \left(\phi_x \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial \bar{p}}{\partial x} \right) + \frac{\partial}{\partial y} \left(\phi_y \frac{h^3}{12\mu} \frac{\partial \bar{p}}{\partial y} \right) = \frac{U_1 + U_2}{2} \frac{\partial \bar{h}_T}{\partial x} + \frac{U_1 - U_2}{2} \sigma \frac{\partial \phi_s}{\partial x} + \frac{\partial \bar{h}_T}{\partial t} \quad (1)$$

در این چارچوب، مؤلفه‌های جریان ناشی از گرادیان فشار در راستاهای x و y به ترتیب توسط ϕ_x و ϕ_y اصلاح می‌شوند، در حالی که جریان ناشی از حرکت نسبی سطوح با ϕ_s مدل‌سازی

روش‌های عددی در مهندسی، سال ۴۵، شماره ۱، تابستان ۱۴۰۵

پدیده پیتینگ و خستگی تماس غلتشی می‌تواند بسته به شرایط کاری از سطح یا از زیرسطح شروع شود. در تماس‌های هر تزی ایده‌آل، بیشینه تنش برشی در زیر سطح رخ می‌دهد، در حالی که شرایطی مانند زبری سطح، روانکاری مرزی و اصطکاک بالا باعث افزایش تنش‌های سطحی و انتقال محل آغاز ترک به سطح می‌شوند. بنابراین برای پیش‌بینی دقیق عمر خستگی، لازم است سهم هر دو میدان تنش (سطحی و زیرسطحی) بررسی شود.

بر اساس نظریه هر تزی، هنگامی که دو کره با قطرهای d_1 و d_2 تحت نیروی فشاری F در تماس قرار گیرند، ناحیه‌ی تماس به صورت دایره‌ای با شعاع a تشکیل می‌شود که از رابطه ۷ به دست می‌آید (۱۸):

$$a = \sqrt[3]{\frac{F \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right)}{\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2}}} \quad (7)$$

که در آن E_1 و E_2 مدول یانگ دو کره و ν_1 و ν_2 نسبت پواسون دو کره هستند. فشار تماسی بیشینه در مرکز ناحیه تماس با رابطه $p_{max} = \frac{3F}{2\pi a^2}$ به دست می‌آید. در این روابط فرض می‌شود تماس از نوع نقطه‌ای و با فرض تماس ساچمه با سطح تخت است که برای این پژوهش تقریب قابل قبولی است. بیشترین تنش‌ها روی محور عمود بر سطح تماس (محور Z) رخ می‌دهند. تنش‌های اصلی و بیشینه تنش برشی در این حالت به صورت روابط ۸ و ۹ بیان می‌شوند (۱۸):

$$\sigma_1 = \sigma_2 = -p_{max} \left[\left(1 - \left| \frac{z}{a} \right| \tan^{-1} \frac{1}{\left| \frac{z}{a} \right|} \right) \right] \quad (8)$$

$$\tau_{max} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} = \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{2} \quad (9)$$

بیشینه تنش برشی در عمق حدود $z \approx 0.48a$ رخ می‌دهد و مقدار آن تقریباً برابر $0.3p_{max}$ است (۱۸). در این پژوهش نیز با اتکا به همین روابط کلاسیک تماس هر تزی، موقعیت و مقدار بیشینه تنش برشی برای تحلیل خستگی تماس غلتشی و ارزیابی عمر قطعات مورد استفاده قرار گرفته است. این نتایج در طراحی

روش‌های عددی در مهندسی، سال ۴۵، شماره ۱، تابستان ۱۴۰۵

ضخامت فیلم مرکزی، حداقل ضخامت فیلم و نرخ بار زبری به ترتیب با استفاده از روابط ۲، ۳ و ۴ به دست می‌آید (۱۵):

$$H_c = \frac{3}{\sqrt[3]{672W^{-0.045}K^{0.18}U^{0.663}K^{0.25}G^{0.502}K^{0.64}(1 - \dots)}} \quad (2)$$

$$H_{min} = \frac{1}{\sqrt[3]{637W^{-0.09}K^{-0.15}U^{0.711}K^{-0.23}G^{0.65}K^{0.25}(1 - \dots)}} \quad (3)$$

$$L_a = \frac{1}{\sqrt[3]{1.41\sigma^{-1.073}V^{0.149}W^{-0.044}U^{-0.828}G^{-0.954}K^{-0.395} \dots}} \quad (4)$$

در نهایت رابطه‌ی ضریب اصطکاک با استفاده از روابط مسجدی و خوانساری به صورت رابطه ۵ است (۱۷):

$$f = \left(\frac{L_a}{100} \right) f_c + \frac{2bB\tau_{lim}}{F} \left(1 - \exp \left(\frac{-\mu_{avg} u_s}{\tau_{lim} h_c} \right) \right) \quad (5)$$

$$\mu_{avg} = \mu_0 \exp \left[(\ln \mu_0 + 9/67) \left[-1 + (1 + 5/1 \times 10^{-9} p_h)^Z \right] - K_T \Delta T \right] \quad (6)$$

در رابطه ۶، μ_{avg} گرانروی تحت دمای T و فشار p_h ، ضریب μ_0 ضریب گرانروی، p_h فشار هیدرودینامیکی میانگین، Z ضریب گرانروی-فشار که حساسیت گرانروی به فشار را مشخص می‌کند، K_T ضریب دما-گرانروی و ΔT افزایش دما است.

۲-۲. تحلیل تنش‌های سطحی و زیرسطحی

برای تحلیل تماس غلتشی و پیش‌بینی شروع پدیده‌ی حفره‌حفره شدن، توزیع تنش‌های سطحی و زیرسطحی در محل تماس دو جسم اهمیت ویژه‌ای دارد. تنش‌های سطحی به شدت تحت تأثیر شرایط روانکاری و کیفیت پرداخت سطح قرار دارند. در مقابل، تنش‌های زیرسطحی حاصل توزیع فشارهای تماسی در عمق ماده هستند. تنش‌های زیرسطحی عامل اصلی در آغاز خستگی زیرسطحی، ترک‌زایی و پدیده‌هایی مانند حفره‌حفره شدن محسوب می‌شوند. در طراحی اجزای غلتشی، تحلیل دقیق توزیع تنش در سطح و زیرسطح برای پیش‌بینی خرابی و بهینه‌سازی عمر قطعه حیاتی است. تفکیک تنش‌های سطحی از تنش‌های زیرسطحی به این دلیل انجام می‌شود که سازوکار آغاز ترک در

۲-۳. مدل‌های عمر خستگی

- مدل مکانیک آسیب پیوسته

در ادامه به بررسی مدل مکانیک آسیب پیوسته می‌پردازیم. در چارچوب CDM، شکست زمانی اتفاق می‌افتد که مجموع آسیب تجمع یافته^۹ در ماده، یعنی متغیر آسیب D ، به مقدار بحرانی D_c برسد. برای تعریف متغیر آسیب، یک المان حجمی کوچک از ماده در نظر گرفته می‌شود که dA سطح مقطع این المان با بردار نرمال n و dA_{D_i} به عنوان سطح موثر مقاومت در برابر تنش‌ها تعریف می‌شود. در این حالت، مجموع مساحت عیوب در سطح مقطع dA با عبارت $dA - \sum dA_{D_i}$ برابر خواهد بود (۲۰). بنابراین، متغیر آسیب که مقدار آسیب موضعی را در جهت n تعیین می‌کند، به صورت $D(n) = \frac{\sum dA_{D_i}}{dA}$ تعریف می‌شود. این متغیر در بازه $0 < D(n) < 1$ قرار دارد؛ به طوری که $D = 0$ معرف ماده سالم و $D = 1$ معرف شکست کامل است (۲۰). این متغیر آسیب با چگالی سطحی ترک‌ها و حفره‌ها کمی می‌شود و از خصوصیات ذاتی ماده محسوب می‌شود. در این روش تعیین دقیق خواص مکانیکی مانند پارامترهای آسیب مهم و ضروری است.

در پیاده‌سازی عددی در هر چرخه بارگذاری، نرخ رشد آسیب با در نظر گرفتن تنش اعمالی، استحکام خستگی ماده، و ضرایب ماده تعیین می‌شود. با تکرار این محاسبات تا رسیدن متغیر آسیب به مقدار بحرانی، تعداد چرخه‌های متناظر به عنوان عمر خستگی پیش‌بینی می‌شود. مزیت اصلی این روش در مقایسه با مدل‌های آماری-تجربی آن است که امکان بررسی تدریجی اثر متغیرهایی مانند ضریب اصطکاک، تنش برشی و خواص مکانیکی ماده را فراهم می‌سازد. همچنین CDM قادر است رفتار ماده را در سطوح مختلف تنش مدل‌سازی کند و به ویژه در نواحی غیرخطی و نزدیک به تنش‌های بحرانی، توانایی بهتری نسبت به مدل‌های کلاسیک برای پیش‌بینی رفتار ماده دارد. معادلات بنیادی CDM در این زمینه به صورت رابطه ۱۴ بیان می‌شوند (۲۱):

$$\tau_i + \varphi_D \left(\frac{\partial D}{\partial \varepsilon_{ij}} \right) n_j = 0 \quad (14)$$

$$dD/d\varepsilon = -\varphi_D/\sigma_\infty$$

یاتاقان‌های غلتشی اهمیت ویژه‌ای دارند، زیرا ترک‌های ناشی از خستگی معمولاً از همین ناحیه آغاز شده و با گسترش به سمت سطح، در نهایت به پدیده حفره‌حفره شدن منجر می‌شوند. در ادامه با استفاده از پژوهش فریدونی و همکاران (۱۹) امکان محاسبه مؤلفه‌های تنش نرمال و همچنین تنش‌های برشی در هر نقطه از محیط زیرسطحی فراهم می‌شود. در این محاسبات، اثر ضریب اصطکاک محاسبه شده در بخش پیشین لحاظ شده و بر این اساس، موقعیت و مقدار بیشینه تنش برشی استخراج می‌شود. تنش‌های زیرسطحی برای تماس کروی اجسام همسانگرد تحت بارگذاری نرمال به صورت رابطه ۱۰ ارائه شده‌اند (۱۹):

$$\sigma_{xx} = \frac{3F}{2\pi a^3} \left[2(1+v)z \arcsin\left(\frac{J_1}{r}\right) - (1+2v)\sqrt{a^2 - J_1^2} - \frac{za\sqrt{J_2^2 - a^2}}{J_2^2 - J_1^2} \right] \quad (10)$$

که در آن متغیرهای J_1 و J_2 به صورت روابط ۱۱ تعریف می‌شوند (۱۹):

$$J_1 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{(r+a)^2 + z^2} - \sqrt{(r-a)^2 + z^2} \right] \quad (11)$$

$$J_2 = \frac{1}{\sqrt{2}} \left[\sqrt{(r+a)^2 + z^2} + \sqrt{(r-a)^2 + z^2} \right]$$

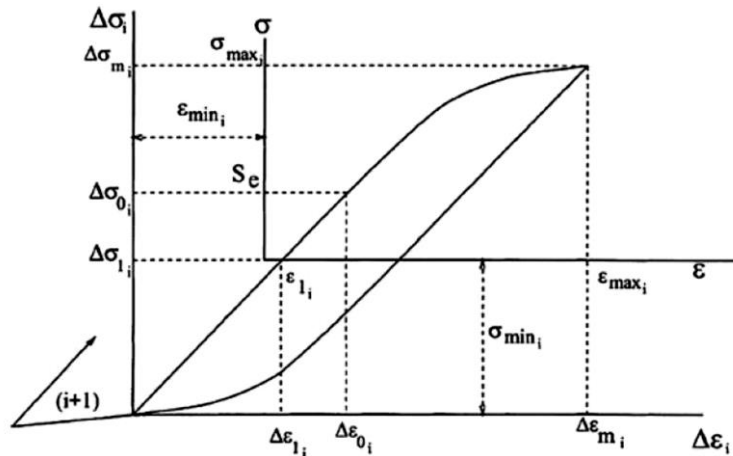
تنش‌های زیرسطحی برای تماس کروی اجسام همسانگرد تحت بارگذاری برشی به صورت رابطه ۱۲ ارائه می‌شوند (۱۹):

$$\sigma'_{xz} = \frac{3F}{2\pi a^3} \mu \left[2z \arcsin\left(\frac{J_1}{r}\right) - 2\sqrt{a^2 - J_1^2} - za^2 \frac{\sqrt{r^2 - J_1^2}}{J_1(J_2^2 - J_1^2)} - \mu e^{-2i\theta} z J_1^3 \frac{\sqrt{r^2 - J_1^2}}{r^2(J_2^2 - J_1^2)} \right] \quad (12)$$

که در آن θ زاویه قطبی است. در حالتی که هم بار نرمال و هم بار برشی اعمال شود، تنش‌های زیرسطحی به صورت رابطه ۱۳ محاسبه می‌شوند (۱۹):

$$\sigma_{xz}^{sp} = \sigma_{xz} + \sigma'_{xz} \quad (13)$$

روش‌های عددی در مهندسی، سال ۴۵، شماره ۱، تابستان ۱۴۰۵



شکل ۳. منحنی تنش کرنش در یک چرخه بارگذاری (۲۲)

$$\begin{aligned} \Delta \varepsilon_{pm_i} &= \left(\frac{\Delta \sigma_{m_i}}{B(1 - D_{i-1})} \right)^M \\ \Delta \varepsilon_{pl_i} &= \left(\frac{\Delta \sigma_{l_i}}{B(1 - D_{i-1})} \right)^M \\ \Delta \varepsilon_{o_i} &= \left(\frac{\Delta \sigma_{l_i}}{B(1 - D_{i-1})} + \frac{S_e}{B} \right)^M \end{aligned} \quad (18)$$

در محاسبات CDM مقدار تنش بیشینه، همان تنش برشی زیرسطحی بیشینه محاسبه شده با روابط تماس هرتز در نظر گرفته شده است و کمترین تنش هم مقدار صفر دارد. مطابق شکل ۳ تنش نهایی پلاستیک $\Delta \sigma_m$ با اختلاف بیشینه تنش و کمینه تنش برابر است. همچنین بارگذاری چرخه‌ای به صورت تک‌محوره است. در پیاده‌سازی عددی روش CDM در نرم‌افزار متلب، از یک حلقه برای محاسبه عمر در هر چرخه استفاده می‌شود. در ابتدا آسیب تجمعی D_i و آسیب اولیه صفر است. با افزایش شمارنده چرخه و با تکرار حلقه مقدار آسیب تجمعی افزایش یافته و تا زمانی که به مقدار D_c نرسیده باشد محاسبات ادامه دارد. در نهایت عمر برحسب تعداد چرخه محاسبه می‌شود.

• مدل یوانیدیس-هریس

مدل یوانیدیس-هریس به‌عنوان توسعه‌ای بر نظریه کلاسیک لاندبرگ-پالمگرن معرفی شد. این مدل بر پایه‌ی تحلیل آماری ویبول بنا شده و تفاوت اصلی آن با مدل اولیه در وارد کردن یک حد تنش خستگی τ_{ii} است (۲۳). بر اساس این مدل، اگر تنش برشی بحرانی در ناحیه تماس کمتر از مقدار τ_{ii} باشد، خرابی ناشی از خستگی رخ نمی‌دهد و عمر المان بی‌نهایت در نظر گرفته

در این رابطه τ_i کشش روی مرز δR ، σ_∞ تنش در دوردست، φ_D مشتق تابع انرژی آزاد هلمهولتز، ε_{ij} نشان دهنده مولفه‌های کرنش و n_j بردار عمود بر جهت j است. راه‌حل این معادلات برای محاسبه آسیب در چرخه نام با استفاده از رابطه رامبرگ-اسگود^۱ بیان می‌شود. در این حالت آسیب تجمعی در چرخه i از رابطه ۱۵ به دست می‌آید (۲۲):

$$D_i = 1 - (1 - D_{i-1}) \Pi F_i \quad i = 1 \text{ تا } N \quad (15)$$

که در آن D_{i-1} آسیب در چرخه قبلی و N تعداد چرخه‌های بارگذاری شده است و F_i مطابق روابط ۱۶ و ۱۷ تابعی از شرایط بارگذاری و خواص ماده است (۲۲):

$$F_i = \frac{\frac{1}{1 + 1/M} \Delta \varepsilon_{o_i}^{(1+1/M)} - (\Delta \varepsilon_{pl_i})^{1/M} \Delta \varepsilon_{o_i} + c_i}{\frac{1}{1 + 1/M} \Delta \varepsilon_{o_i}^{(1+1/M)} - (\Delta \varepsilon_{pl_i})^{1/M} \Delta \varepsilon_{o_i} + c_i} \quad (16)$$

$$c_i = \frac{3 \sigma_f}{4 B} - \frac{\Delta \varepsilon_{p0_i}^{1+1/M}}{1 + 1/M} + \Delta \varepsilon_{pl_i}^{1/M} \Delta \varepsilon_{p0_i} \quad (17)$$

در این روابط، M توان سختی چرخه، H ماژول سختی چرخه، S_e حد تحمل، σ_f تنش شکست، $\Delta \varepsilon$ کرنش متناظر با تنش در چرخه بارگذاری و $B = 2^{1 - \frac{1}{M} H}$ متغیر وابسته به مدول سختی چرخه است. همچنین مختصات تنش-کرنش در یک چرخه بارگذاری در شکل ۳ نشان داده شده است و روابط تنش-کرنش چرخه‌ای به صورت روابط ۱۸ تعریف می‌شوند (۲۲).

V حجمی از ماده است که تحت تنش قرار دارد و در محاسبات عمر خستگی وارد می‌شود (۲۳). در این تحلیل، میدان تنش برشی زیرسطحی $\tau(r, z)$ برای محاسبه‌ی «شدت تجمعی آسیب» در ناحیه تماس به‌کار رفته و انتگرال دوبعدی مربوطه به‌صورت عددی با قاعده‌ی مرکب سیمپسون دوبعدی ارزیابی شده است. شبکه‌ی محاسباتی در جهت‌های شعاعی و عمقی ریزتر شده و آزمون‌های همگرایی انجام شده‌اند تا تغییر نسبی مقدار انتگرال زیر آستانه‌ی ۱٪ قرار گیرد؛ همچنین محدوده‌ی عمق انتگرال در حدود نصف شعاع تماس ($z = 0.48a$) انتخاب شده تا سهم عمده‌ی میدان برشی پوشش داده شود. این رویکرد عددی دقت مرتبه‌ی چهارم سیمپسون را با کنترل خطای گسسته‌سازی ترکیب می‌کند و حساسیت نسبت به متغیرهای افت عمق و z_{max} بررسی می‌شود.

شکل ۴ روندنمای کلی مدل ارائه‌شده را نمایش می‌دهد که در آن مراحل محاسبه ضریب اصطکاک، تعیین شرایط روانکاری، تنش‌های هرترزی، انتخاب مدل‌های پیش‌بینی عمر و نحوه مقایسه آن‌ها به‌صورت یکپارچه نشان داده شده است.

۳- راستی‌آزمایی نتایج

برای حل عددی مشخصات هندسی، سطحی و مکانیکی یاتاقان غلتشی و متغیرهای مربوط به روانکار در جدول ۱ آمده است. در این پژوهش، محاسبات بر اساس شرایط ارائه شده در مرجع انجام شده‌اند. یاتاقان غلتشی مورد بررسی از نوع ۶۲۰۶ از جنس فولاد AISI۵۲۱۰۰ با سختی ویکرز حدود HV۶۱۰ است و روانکار پیش‌فرض این تحقیق ۳۰-۱۰W SAE است. این فرضیات صرفاً مبنای اولیه تحلیل بوده و در ادامه، جهت بررسی اعتبار و پایداری نتایج، تغییر برخی از متغیرهای ورودی مورد مطالعه قرار خواهد گرفت. در این پژوهش ابتدا مقادیر ضریب اصطکاک با داده‌های مرجع مقایسه شده، سپس تنش‌های برشی زیرسطحی اعتبارسنجی شده و در نهایت پیش‌بینی عمر خستگی با داده‌های تجربی و مدل‌های معتبر مقایسه شده است تا دقت و قابلیت اعتماد مدل‌ها تأیید شود. برای اطمینان از صحت

می‌شود. در حالت کلی، اگر $\tau_u = 0$ در نظر گرفته شود، این مدل به رابطه‌ی لاندیرگ-پالمگرن تقلیل می‌یابد. اما برای $\tau_u > 0$ ، نمای عمر به‌شکل غیرخطی به نسبت τ_u/τ وابسته خواهد بود. فرم نهایی و معادله اصلی مدل در ارتباط با بیشینه تنش تماسی هرترز نیز به‌صورت رابطه ۱۹ بیان می‌شود (۲۳):

$$L_{IH} \approx \left(\frac{C_D}{P_{eq}} \right)^p \left[\frac{\tau}{\tau - \tau_u} \right]^{\frac{c}{e}} \quad (19)$$

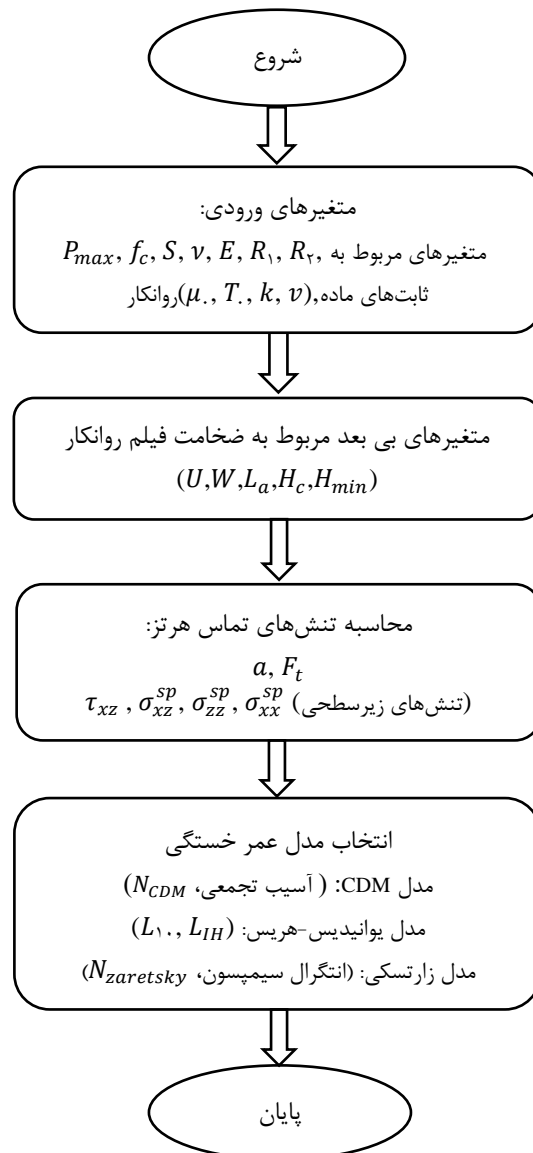
در رابطه ۱۹ پارامتر L_{IH} عمر محاسبه‌شده با در نظر گرفتن حد خستگی و متغیر C_D نشان‌دهنده‌ی ظرفیت بار دینامیکی یاتاقان غلتشی است و بار معادل دینامیکی وارد بر یاتاقان غلتشی با نماد P_{eq} نشان داده می‌شود. در این معادله برای بلبرینگ و حالت تماس نقطه‌ای مقدار پارامتر e برابر ۱/۱۱ و c برابر ۱۰/۳۳ است. همچنین مقدار توان p برای بلبرینگ با استفاده از رابطه $\frac{c-2/33+2}{3e}$ برابر سه در نظر گرفته می‌شود (۲۳). مقدار P_{eq} از رابطه $P_{eq} = iC_i$ محاسبه می‌شود که i تعداد ردیف‌های یاتاقان و C_i ظرفیت بار دینامیکی یاتاقان یک ردیف است (در این پژوهش بلبرینگ شعاعی تک‌ردیف در نظر گرفته شده است). برای محاسبه C_D در بلبرینگ شیار عمیق تک‌ردیفه با شرط قطر ساچمه کمتر از ۲۵/۴ میلی‌متر باید از رابطه $C_D = f_{cm} Z^{\frac{1}{8}} d^{1/8}$ استفاده کرد (۲۳). در این رابطه f_{cm} ضریب هندسه-ماده و Z تعداد اجزای غلتشی در هر ردیف است. سپس این روابط در نرم‌افزار متلب پیاده‌سازی شده و نتایج برای تحلیل و مقایسه با داده‌های مرجع ارزیابی شده است.

• مدل زارتسکی

مدل زارتسکی بر اساس توسعه و ساده‌سازی مدل یونایدیس-هریس شکل گرفت و معیاری ارائه داد که در آن تجمع اثر تنش‌های زیرسطحی به‌صورت یک انتگرال حجمی لحاظ می‌شود (۲۴، ۲۵).

$$\ln \frac{1}{S} \sim N^e \iiint_V \tau_e^{ec} dV \quad (20)$$

در معادله‌ی اصلی زارتسکی (معادله ۲۰) S احتمال بقا، N تعداد چرخه‌های تماس و تنش τ_e به‌عنوان تنش معادل تعریف می‌شود و ضریب e شیب ویبول را مشخص می‌کند. توان تنش c و



شکل ۴. روند نمای مدل ارائه شده

دارد. این همخوانی درستی الگوریتم توسعه یافته، پیاده سازی روابط ریاضی و بی بعدسازی در این پژوهش را نشان می دهد. به منظور ارزیابی دقت مدل محاسبه ضریب اصطکاک ارائه شده مسجدی و خوانساری، نتایج این مدل با مدل لی و همکاران (۲۶) که ضریب اصطکاک غلتشی را بر اساس متغیرهای L_a و f تعیین می کند، مقایسه شد (جدول ۳). اختلاف مدل مسجدی و خوانساری (۱۷) و مدل لی و همکاران (۲۶) بسیار ناچیز است

محاسبات مربوط به ضخامت فیلم روانکار، فیلم روغن و بارگذاری زبری ها، نتایج مدل عددی توسعه یافته با یک مطالعه موردی مسجدی و خوانساری (۱۵) مورد مقایسه قرار گرفت. جدول ۲ نشان می دهد که مقادیر به دست آمده از مدل عددی این پژوهش برای مقادیر بی بعد H_{min}, H_c ، ضخامت های بعددار h_c ، h_{min} و فیلم Λ تطابق کامل با مقادیر گزارش شده در مرجع (۱۵)

جدول ۱. مقادیر ورودی محاسبات (۱۵)

مشخصه	مقدار	واحد	تعریف
μ_0	۰/۰۱۲	Pa.s	گرانروی روانکار در فشار صفر
d_1	۹/۰۱	mm	قطر ساچمه
u	۴/۷۵	m/s	سرعت غلش
f_c	۰/۱۲	بی بعد	ضریب اصطکاک زبری
$\bar{\sigma}$	$۶/۲ \times 10^{-5}$	بی بعد	عدد زبری سطح
F_t	۱۰۰	نیوتون	نیروی تماس
V	۰/۰۲۹	بی بعد	عدد سختی
S	10^{-8}	بی بعد	نسبت لغزش به غلش
ν	۰/۳	بی بعد	ضریب پواسون ماده
E	۲۰۷×10^9	Pa	مدول یانگ
α	$۲/۳ \times 10^{-8}$	m^2/N	ضریب گرانروی-فشار

جدول ۲. مقایسه نتایج محاسبه شده با مقادیر مسجدی و خوانساری (۱۵) برای تماس مسیر غلش داخلی

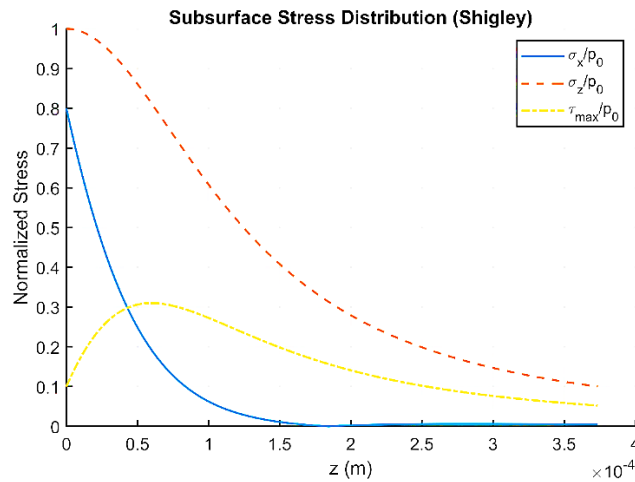
تعریف	متغیر	نتایج مرجع مسجدی و خوانساری	نتایج این پژوهش
ضخامت فیلم مرکزی بی بعد	H_c	$۸/۸۷ \times 10^{-5}$	$۸/۸۶ \times 10^{-5}$
ضخامت فیلم مرکزی	h_c	۰/۸ μm	۰/۸ μm
ضخامت حداقل فیلم بی بعد	H_{min}	$۷/۴۷ \times 10^{-5}$	$۷/۴۷ \times 10^{-5}$
ضخامت حداقل فیلم	h_{min}	۰/۶۷ μm	۰/۶۷۳ μm
پارامتر فیلم	Λ	۴/۷۹	۴/۷۹

جدول ۳. مقایسه ضریب اصطکاک محاسبه شده توسط مدل مسجدی و خوانساری (۱۷) با روش مبتنی بر L_a و f (۲۶)

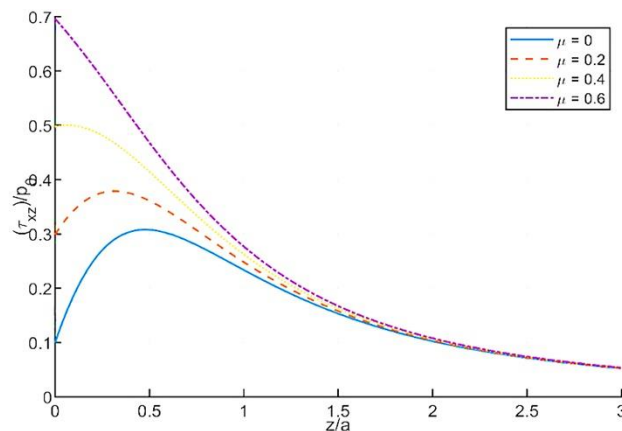
متغیر	U	S	K	$\bar{\sigma}$	W	L_a	ضریب اصطکاک f
مدل مسجدی و خوانساری	$۳/۲ \times 10^{-11}$	1×10^{-8}	$۱/۹ \times 10^9$	$۶/۲ \times 10^{-5}$	$۳/۲ \times 10^{-5}$	۵۴/۵ %	۰/۰۶۵
روش لی و همکاران						۵۴/۵ %	۰/۰۶۵
درصد خطا						۰/۰۰۳ %	۰/۰۴۳ %

تنش‌های مرجع در حالت بدون اصطکاک بازتولید شد (شکل ۵). در گام بعد، میدان سه بعدی تنش‌ها با استفاده از روابط تنش‌های زیرسطحی شیگلی (۱۸) برای مقادیر مختلف ضریب اصطکاک f محاسبه شد تا قابلیت مدل در بازتولید تاثیر تنش‌های برشی سطحی نیز ارزیابی شود. نتایج نشان دادند که با افزایش اصطکاک،

که نشان می‌دهد مدل ضریب اصطکاک مسجدی و خوانساری قابلیت پیش‌بینی مناسب داشته و می‌تواند برای محاسبات اصلی این پژوهش به عنوان مدل مرجع مورد استفاده قرار گیرد. به منظور صحت‌سنجی الگوریتم عددی توسعه یافته برای استخراج میدان تنش‌های زیرسطحی در تماس نقطه‌ای، ابتدا توزیع



شکل ۵. توزیع تنش‌های زیرسطحی بر حسب عمق نرمال‌شده روی محور مرکزی تماس (حالت بدون اصطکاک)



شکل ۶. تغییرات تنش برشی زیرسطحی بر حسب عمق برای مقادیر مختلف ضریب اصطکاک

مقدار $\tau_{max} \approx 0.3p_0$ و موقعیت آن در عمق $z \approx 0.48a$ بازتولید شد (شکل ۶)، درستی پیاده‌سازی الگوریتم محاسبه‌ی تنش‌های زیرسطحی تأیید می‌شود.

در نهایت، مقادیر معتبر τ_{max} و z به‌عنوان ورودی کلیدی در تحلیل‌های بعدی عمر خستگی تماس غلتشی اجزای غلتشی-تماسی نظیر ساچمه و مسیر غلتش مورد استفاده قرار گرفتند. برای اطمینان از دقت مدل‌سازی، سه مدل زارتسکی، یوانیدیس-هریس و CDM با داده‌های تجربی موجود (۲۷) مقایسه شده‌اند تا تطابق و صحت پیش‌بینی‌ها در شرایط بارگذاری مختلف

مقدار برش نزدیک سطح افزایش یافته و مکان بیشینه‌ی تنش برشی τ_{max} به عمق‌های کمتر جابه‌جا می‌شود (شکل ۶). اصطکاک f محاسبه شد تا قابلیت مدل در بازتولید تاثیر تنش‌های برشی سطحی نیز ارزیابی شود. نتایج نشان دادند که با افزایش اصطکاک، مقدار برش نزدیک سطح افزایش یافته و مکان بیشینه‌ی تنش برشی τ_{max} به عمق‌های کمتر جابه‌جا می‌شود (شکل ۶). همچنین مقدار بیشینه‌ی تنش برشی و عمق متناظر آن z با حل عددی استخراج و در مقایسه با مقادیر مرجع گزارش‌شده در مطالعات کلاسیک هرگز تحلیل شد. با توجه به این‌که

در شرایط سرعت ثابت $u = 2\text{ m/s}$ ارائه شده است. مطابق شکل ۹ این منحنی بازتابی از رقابت دو سازوکار اصلی در رژیم روانکاری مخلوط است: (۱) سهم باربرداری زبری که نشان‌دهنده تماس مستقیم قله‌های ناهمواری و تولید تنش موضعی است (در این پژوهش سطح ساچمه‌ها بسیار صیقلی است) و (۲) تنش هیدرودینامیکی ناشی از برش در فیلم روغن که تابعی از ضخامت فیلم مرکزی h_c و گرانروی میانگین μ_{avg} است. با افزایش نیروی تماس، فشار میانگین تماس افزایش و ضخامت فیلم کاهش می‌یابد روغن $SAE 10W-30$ به دلیل دارا بودن افزودنی‌های بهبود دهنده‌ی گرانروی، توانایی حفظ گرانروی مؤثر در فشارهای بالا را داشته و از افت ناگهانی ضخامت فیلم جلوگیری می‌کند.

نمودار تغییرات ضریب اصطکاک بر حسب سرعت (تحت بار ۱۰۰ نیوتون) که در این تحقیق مطابق شکل ۱۰ محاسبه و ترسیم شد، نشان می‌دهد با افزایش سرعت غلتشی، ضریب اصطکاک روندی نزولی دارد. علت این رفتار آن است که با افزایش سرعت، حاصل ضرب سرعت و گرانروی روانکار افزایش یافته و در نتیجه ضخامت فیلم روانکار بیشتر می‌شود. در نتیجه، تماس مستقیم زبری‌های سطوح به تدریج کاهش یافته و سهم اصطکاک ناشی از برهم کنش‌های مرزی کم می‌شود. با افزایش سرعت، تماس در رژیم روانکاری الاستوهیدرودینامیک تقویت شده و با افزایش ضخامت فیلم و سهم غالب برش هیدرودینامیکی روانکار، ضریب اصطکاک کاهش می‌یابد.

برای پیش‌بینی عمر خستگی یاتاقان‌ها، مدل مکانیک آسیب پیوسته مورد استفاده قرار گرفت. در این مدل فرض می‌شود که ماده تحت بارگذاری چرخه‌ای دچار تجمع تدریجی آسیب می‌شود و هنگامی که متغیر آسیب به مقدار بحرانی خود برسد، شکست رخ خواهد داد. در شکل ۱۱ تغییرات عمر خستگی محاسبه‌شده به روش مکانیک آسیب پیوسته (N) و ضریب اصطکاک f بر حسب بیشینه فشار تماسی P_{max} نشان داده شده است. در این نمودار متغیرهای ورودی مدل شامل مازول سختی چرخه، مدول الاستیسیته و استحکام خستگی سطحی برای فولاد $SAE 4340$ مطابق جدول ۶ استخراج شده‌اند (۲۲).

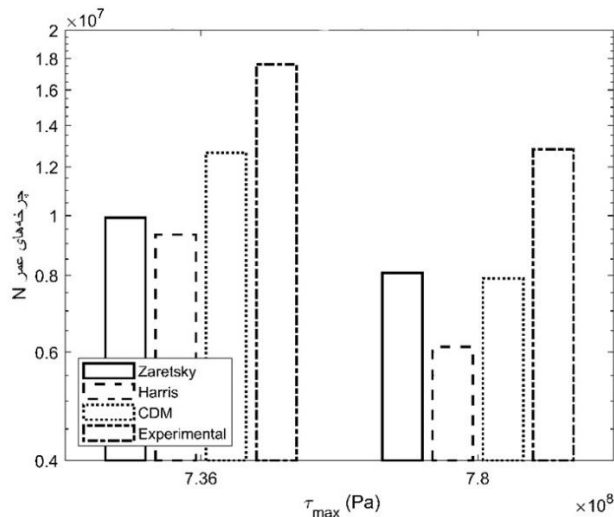
مشخص شود. داده‌های نتایج تجربی عمر خستگی تماس غلتشی برای فولاد GCr15 در حالت نسبت تنش $R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} = 0$ کمینه تنش در چرخه بارگذاری و σ_{max} بیشینه تنش در همان چرخه است. در جدول ۴ آمده است (۲۷). یاتاقان، بلبرینگ شیار عمیق (۶۲۰۶) تک‌ردیفه و از جنس فولاد GCr15 است. قطر نامی ساچمه در این پژوهش $9/525\text{ mm}$ و تعداد ساچمه‌ها در این یاتاقان غلتشی برابر با ۹ است (۲۷). شکل ۷ مقایسه‌ی سه مدل زارتسکی، CDM و یوانیدیس-هریس را با نتایج تجربی در شرایط بارگذاری مختلف نشان می‌دهد. همچنین جدول ۵ مقایسه عمر محاسبه توسط سه مدل عمر خستگی با داده‌های تجربی، با ارائه نسبت عمر پیش‌بینی شده به عمر تجربی را نشان می‌دهد. شکل ۷ با استفاده از نتایج تجربی مرجع ۲۷ رسم شده و در این مرجع اثرات دمایی و تاثیر روانکار در نظر گرفته نشده است (۲۷). این مقایسه فقط به منظور صحت‌سنجی صورت گرفته است.

مدل ارائه شده دارای محدودیت‌هایی از جمله عدم تاثیر مواردی مانند اثر صافی سطح، آلودگی‌ها و تغییرات ریزساختاری به‌صورت مستقیم در مدل است و اثر همه عوامل تنها در ضریب اصطکاک دیده شده است. به عبارت دیگر هر یک از این پارامترها در ضریب اصطکاک تاثیر دارند و تغییر ضریب اصطکاک باعث تغییر نتایج مدل‌سازی می‌شود.

۴- تحلیل و ارائه نتایج

برای بررسی نقش خواص روانکار، سه نوع روغن با ویژگی‌های متفاوت انتخاب شده‌اند: روغن معدنی سبک، روغن ترکیبی با شاخص گرانروی بالا و روغن موتور دیزل با گرانروی بیشتر که در شکل ۸ نشان داده شده است. مقایسه نتایج شبیه‌سازی نشان می‌دهد که تغییر این خواص، منجر به اختلاف در مقادیر محاسبه‌شده ضریب اصطکاک می‌شود. مشاهده می‌شود که وجود روانکار با شاخص گرانروی بالاتر ضریب اصطکاک را کاهش می‌دهد. این مسئله اهمیت انتخاب صحیح روانکار در طراحی و تحلیل خستگی تماس غلتشی یاتاقان‌ها را آشکار می‌کند. در بخش بعدی نمودار ضریب اصطکاک f بر حسب نیروی تماس F

روش‌های عددی در مهندسی، سال ۴۵، شماره ۱، تابستان ۱۴۰۵



شکل ۷. بررسی تاثیر تنش برشی بیشینه زیرسطحی در مقایسه سه مدل عمر خستگی و مقایسه آنها با یک آزمایش تجربی در سرعت

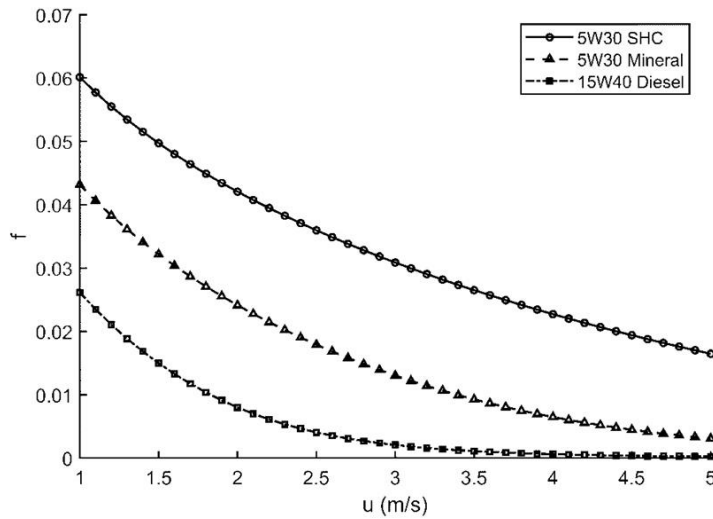
۱۲۰۰۰ r/min

جدول ۴. داده‌های تجربی خستگی تماس برای GCr15 در $R=0$ (۲۷)

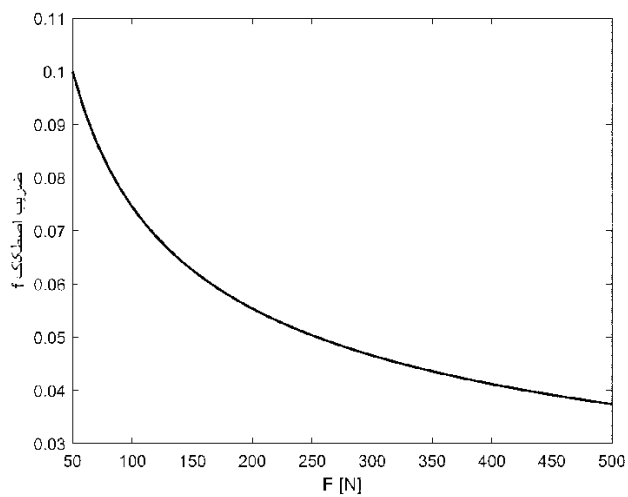
σ_{max} (MPa)	N_t (cycles)
۵۰۰۰	$1/7629 \times 10^7$
۵۳۰۰	$1/2790 \times 10^7$
۵۶۰۰	$1/1836 \times 10^7$
۵۹۰۰	$0/8910 \times 10^7$
۶۲۰۰	$0/3655 \times 10^7$

جدول ۵. مقایسه عمر محاسبه توسط سه مدل عمر خستگی با داده‌های تجربی با ارائه نسبت عمر پیش‌بینی شده به عمر تجربی

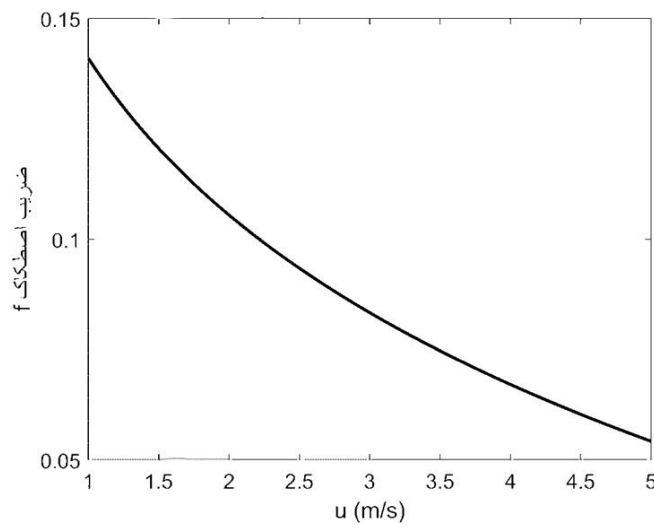
مدل پیش‌بینی عمر خستگی	زارتسکی	CDM	یوانیدیس-هریس	زارتسکی	CDM	یوانیدیس-هریس
τ_{max}		$7/36 \times 10^8$			$7/8 \times 10^8$	
عمر محاسبه شده	$0/98 \times 10^7$	$1/27 \times 10^7$	$0/93 \times 10^7$	$0/81 \times 10^7$	$0/79 \times 10^7$	$0/62 \times 10^7$
عمر تجربی		$1/76 \times 10^7$			$1/28 \times 10^7$	
نسبت عمر محاسبه شده به عمر تجربی	۰/۵۵	۰/۷۲	۰/۵۲	۰/۶۳	۰/۶۱	۰/۴۸



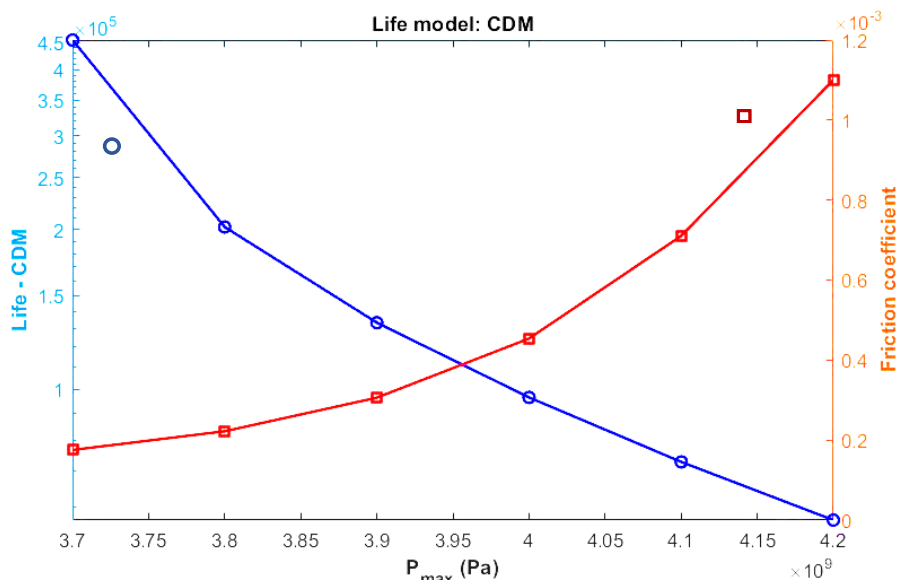
شکل ۸. مقایسه ضریب اصطکاک بر حسب سرعت غلثش برای سه روغن مختلف



شکل ۹. تغییرات ضریب اصطکاک بر حسب نیروی تماس



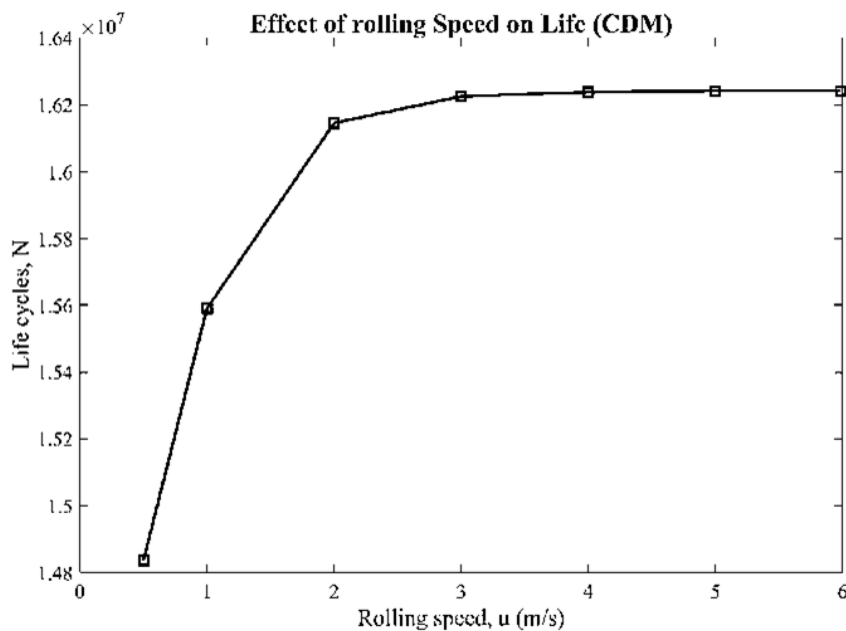
شکل ۱۰. تغییرات ضریب اصطکاک بر حسب سرعت غلثش ($F = 100\text{N}$)



شکل ۱۱. تغییرات عمر خستگی محاسبه شده به روش مکانیک آسیب پیوسته و ضریب اصطکاک بر حسب بیشینه فشار تماسی

جدول ۶. خواص ماده و متغیرهای CDM برای فولاد SAE۴۳۴۰ (۲۲)

E (MPa)	H (MPa)	M	S_f (MPa)	S_e (MPa)	D_c	σ_y (MPa)	p (MPa)
۱۹۲/۹	۱۸۱۲	۷/۱	۱۹۱۱	۵۴۲	۰/۴۶	۱۱۸۰	۲۳۴۰



شکل ۱۲. تاثیر سرعت غلتش روی عمر خستگی CDM در اثر حفره حفره شدن یاناقان

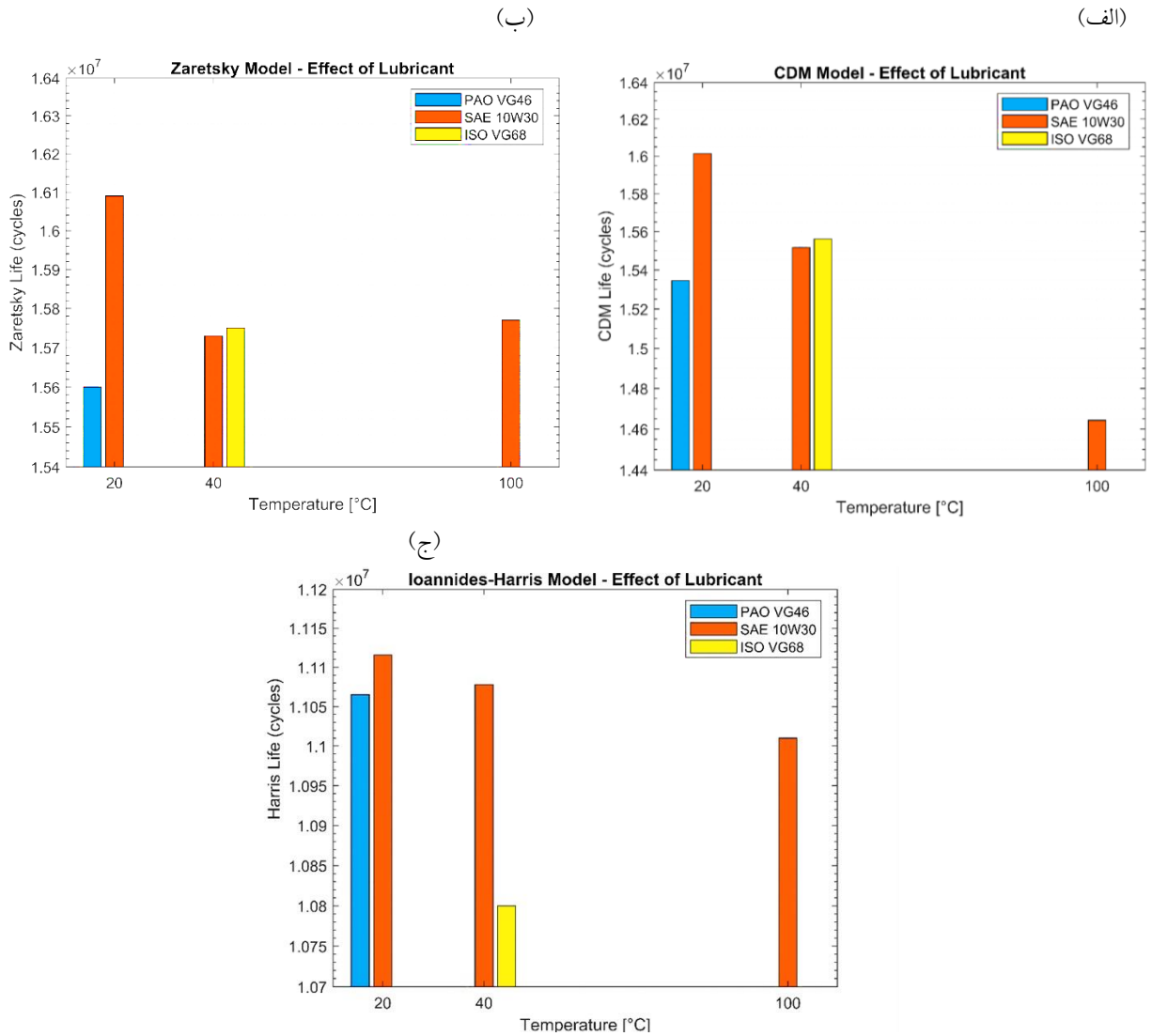
افزایش ضخامت فیلم روغن در سرعت‌های بالاتر است؛ در نتیجه تماس فلز با فلز کاهش یافته و شدت تنش‌های موضعی کاهش می‌یابد که باعث کندتر شدن تجمع آسیب می‌شود. با افزایش بیشتر سرعت غلتشی (بیش از $2m/s$)، تغییرات عمر خستگی تقریباً به حالت اشباع می‌رسد و مقدار آن در حدود $1/162 \times 10^7$ چرخه ثابت باقی می‌ماند. این رفتار نشان می‌دهد که پس از رسیدن به شرایط روانکاری پایدار الاستوهیدرودینامیکی، افزایش بیشتر سرعت غلتشی تأثیر قابل توجهی در افزایش عمر ندارد.

در شکل ۱۳، اثر نوع روانکار و دما بر عمر خستگی حفره‌حفره شدن در تماس‌های هر تزی با استفاده‌ی سه مدل عددی زارتسکی، یوانیدیس-هریس و CDM بررسی شده است. برای هر روانکار (PAO VG۴۶، SAE ۱۰W-۳۰ و ISO VG۶۸) عمر پیش‌بینی شده در دماهای انتخاب‌شده به صورت میله‌ای رسم شده و مقادیر در محور عمودی در مقیاس لگاریتمی نمایش داده شده‌اند تا تغییرات نسبی کوچک نیز قابل مشاهده باشند. جدول ۷ خواص روانکارها را نشان می‌دهد. برای روانکار SAE ۱۰W-۳۰ مقدار ضریب گرانروی دینامیکی برای هر سه دمای ۲۰ و ۴۰ و ۱۰۰ با ضرب گرانروی سینماتیکی در چگالی حاصل شد و طبق نمودارها واضح است که روانکار SAE ۱۰W-۳۰ در دماهای مختلف بهتر عمل می‌کند. نمودارها نشان می‌دهد با افزایش دما و کاهش گرانروی روانکار، ضخامت لایه روانکار کاهش می‌یابد و در نتیجه تماس زبری‌ها بیشتر می‌شود؛ یعنی ضریب اصطکاک افزایش یافته و در نتیجه عمر محاسبه شده کاهش می‌یابد.

نمودار میله‌ای شکل ۱۳-ب نشان‌دهنده عمر پیش‌بینی شده توسط مدل زارتسکی برای سه روانکار معرفی شده در دماهای انتخابی است. الگوی کلی نشان می‌دهد که تغییرات عمر بر اثر نوع روانکار و دما کوچک و از مرتبه‌ی چند درصد است؛ برای نمونه SAE ۱۰W-۳۰ در دمای $20^{\circ}C$ بیشترین مقدار عمر را دارد و با افزایش دما تا $40^{\circ}C$ مقداری کاهش مشاهده می‌شود، ولی در $100^{\circ}C$ تغییر قابل توجهی رخ نمی‌دهد.

$4/5 \times 10^5$ پاسکال، تعداد چرخه‌های عمر از حدود $4/5 \times 10^5$ این نتایج برای شرایط غلتش با سرعت ثابت $2m/s$ به دست آمده‌اند. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با افزایش P_{max} ، عمر خستگی به‌طور قابل توجهی کاهش می‌یابد؛ به‌طوری‌که در بازه‌ی تغییرات P_{max} از حدود $3/7 \times 10^9$ تا چرخه به کمتر از $5/6 \times 10^4$ چرخه افت می‌کند. این روند بیانگر حساسیت بالای عمر خستگی به افزایش فشار تماسی و نقش تعیین‌کننده‌ی بیشینه تنش برشی زیرسطحی در آغاز و گسترش ترک‌های خستگی است. از طرف دیگر، ضریب اصطکاک f در همین بازه‌ی فشار روندی صعودی داشته و از حدود $1/75 \times 10^{-4}$ به بیش از $1/1 \times 10^{-3}$ افزایش یافته است. افزایش اصطکاک سبب تشدید تنش‌های موضعی و تسریع فرآیند آسیب می‌شود و همین امر کاهش شدید عمر خستگی در مقادیر بالای فشار را توجیه می‌کند. با افزایش یا کاهش پارامترهای ماده در روش CDM تغییرات قابل توجهی در محاسبه عمر خستگی مشاهده می‌شود. اگر توان سختی چرخه M به مقدار کمی افزایش یابد تعداد چرخه‌ها به طور چشمگیری افزایش می‌یابد. همچنین با تغییر مقدار S_e به مقادیر بیشتر، افزایش عمر مشاهده می‌شود. برای فولاد SAE ۴۳۴۰ وقتی S_e از یک مقدار مشخص کمتر می‌شود، دیگر با کاهش این پارامتر کاهش عمر مشاهده نمی‌شود و به نوعی برای مقادیر کمتر اشباع می‌شود و دیگر پارامترها تأثیرگذار خواهند بود. با افزایش H ، S_f و D_c و تعداد چرخه‌های عمر محاسبه شده افزایش می‌یابد. پارامترهای E و σ_y به طور غیرمستقیم یعنی از طریق معادلات مربوط به محاسبه ضریب اصطکاک و تنش برشی زیرسطحی وارد مدل CDM می‌شوند.

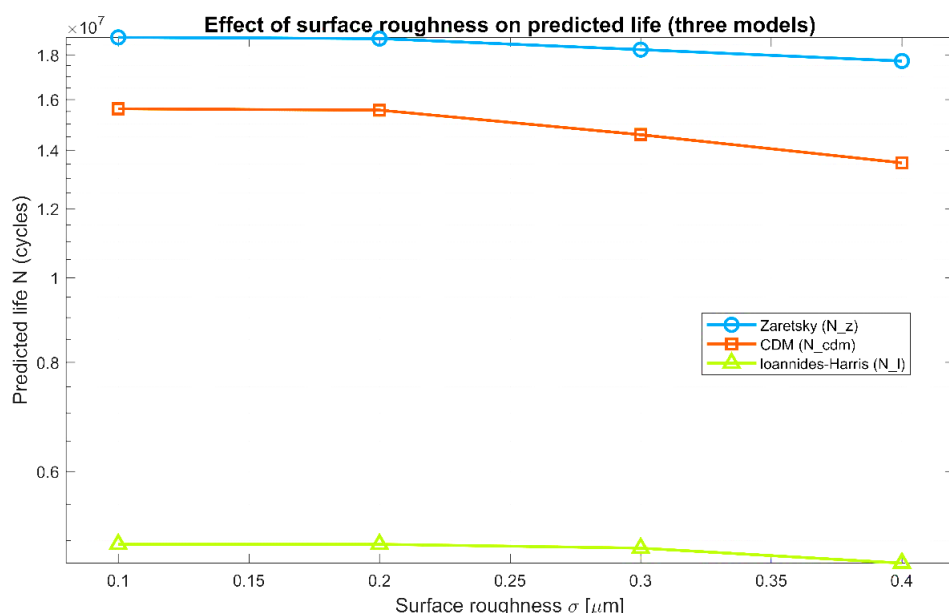
در شکل ۱۲ تأثیر سرعت غلتشی u بر عمر خستگی محاسبه‌شده با مدل CDM نمایش داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، با افزایش سرعت غلتشی از حدود $0/5m/s$ تا نزدیک به $2m/s$ ، عمر خستگی روندی صعودی داشته و از حدود $1/48 \times 10^7$ چرخه به بیش از $1/62 \times 10^7$ چرخه افزایش یافته است. این افزایش عمدتاً ناشی از بهبود شرایط روانکاری و



شکل ۱۳. نمودار میله‌ای عمر خستگی پیش‌بینی شده توسط سه مدل عمر مذکور برای سه روانکار مختلف در دماهای انتخابی

جدول ۷. خواص روانکارهای PAO VG46، SAE 10W30 و ISO VG68 (۲۸)

نام روانکار	PAO VG46	SAE 10W30	ISO VG68
k	۰/۱۴۵	۰/۱۴۵	۰/۱۴
T_0	۲۰	۲۰	۴۰
μ_0	۰/۰۴	۰/۳۵	۰/۰۵۳۸



شکل ۱۴. تاثیر زبری سطح روی سه مدل عمر خستگی حفره حفره شدن زارتسکی، CDM و یوانیدیس-هریس

می‌شود، انتخاب روانکار مناسب (با شاخص گرانروی و پایداری حرارتی بالاتر) می‌تواند تفاوت معناداری در عمر حفره حفره شدن ایجاد کند.

شکل ۱۴ تغییرات عمر پیش‌بینی شده به وسیله سه مدل زارتسکی، CDM و یوانیدیس-هریس را بر حسب زبری سطح (σ) نشان می‌دهد. با افزایش زبری سطح از ۰/۱ تا ۰/۴ میکرومتر، هر سه مدل روندی کاهشی در عمر خستگی پیش‌بینی می‌کنند؛ علت این موضوع افزایش تمرکز تنش‌های موضعی و تضعیف لایه روانکار در شرایط زبری بالاتر است. در مقایسه بین مدل‌ها، مدل زارتسکی و CDM نتایج بسیار نزدیک و با حساسیت بالاتر به تغییرات زبری ارائه می‌دهند، در حالی که مدل یوانیدیس-هریس عمر کمتری را پیش‌بینی کرده و وابستگی ضعیف‌تری به زبری نشان می‌دهد. می‌توان نتیجه‌گیری کرد در شرایطی که زبری سطح افزایش یابد، اثر کاهنده آن بر عمر خستگی در مدل‌های حساس‌تر مانند زارتسکی و CDM بهتر قابل مشاهده است، در حالی که مدل یوانیدیس-هریس تمایل به ارائه نتایج محافظه‌کارانه و کمتر وابسته به زبری دارد.

این رفتار انعکاس‌دهنده رقابت بین اثرات گرانروی و ضخامت فیلم روانکاری (که با دما کاهش می‌یابد) و متغیرهای تماس EHL است. حساسیت دمایی کلی در محدوده‌ی مورد بررسی نسبتاً کم است، که نشان‌دهنده اثر غالب میدان تنش زیرسطحی و پایداری نسبی فیلم روانکاری در این شرایط است. از آنجا که مدل زارتسکی به صورت مکانیکی توزیع تنش و اثرات غلتش و اصطکاک را وارد می‌کند، حساسیت نسبتاً کم به دما در این بازه معناپذیر است و نشان می‌دهد که برای شرایط مدنظر ضخامت فیلم و تغییرات دما در محدوده‌ای قرار دارند که تنها تغییرات جزئی در آسیب تجمعی ایجاد می‌کنند.

نمودار مربوط به مدل CDM (شکل ۱۳-الف) الگوی مشابهی با زارتسکی (شکل ۱۳-ب) را نشان می‌دهد اما حساسیت دمایی در CDM اندکی بیشتر است؛ به ویژه برای SAE 10W-30 کاهش عمر در ۱۰۰°C نسبت به ۲۰°C و ۴۰°C محسوس‌تر است. این اختلاف می‌تواند ناشی از نحوه‌ی مدل‌سازی رفتار ماده و روانکار در رویکرد CDM باشد. در این روش، تغییرات دمایی خواص روانکار و ضریب اصطکاک با حساسیت بیشتری بر میدان تنش مؤثر اعمال شده و در نتیجه تأثیر قابل توجهی بر مقدار نهایی انتگرال آسیب دارند. در کاربردهایی که دمای کاری بالا پیش‌بینی روش‌های عددی در مهندسی، سال ۴۵، شماره ۱، تابستان ۱۴۰۵

۵- نتیجه گیری

خستگی رفتار غیرخطی تنش-عمر را پیش‌بینی نمود. نتایج این پژوهش نشان داد که مدل زارتسکی و CDM در بازه‌ی شرایط مورد بررسی، همخوانی بیشتری با داده‌های گزارش شده در منابع معتبر دارند. مدل یوانیدیس-هریس نسبت به دو مدل دیگر محافظه‌کارانه‌تر است.

تحلیل اثر نوع روانکار، گرانروی و دما نشان داد که روغن SAE 10W-30 در دمای ۲۰ درجه سانتی‌گراد بیشترین عمر را فراهم می‌کند و افزایش دما تا ۱۰۰ درجه سانتی‌گراد موجب کاهش محسوس عمر می‌شود. این رفتار در مدل CDM بارزتر بود که نشان‌دهنده‌ی حساسیت بیشتر آن به تغییرات دما و گرانروی است. افزایش سرعت غلتش نیز به دلیل کاهش اصطکاک مؤثر، عمر خستگی را بهبود داد. نتایج پژوهش نشان داد مدل مکانیک آسیب پیوسته، با لحاظ متغیرهای واقعی تماس، ابزاری توانمند برای پیش‌بینی عمر خستگی یاتاقان‌های غلتشی محسوب می‌شود.

در این پژوهش، تحلیل خستگی تماس غلتشی یاتاقان‌ها در حضور روانکاری با روغن و با در نظر گرفتن اثر پدیده‌ی حفره‌حفره شدن انجام شد. هدف اصلی، ارائه مدلی دقیق‌تر برای پیش‌بینی عمر خستگی یاتاقان‌های غلتشی بود که همزمان اثر اصطکاک، روانکاری و تنش‌های زیرسطحی را در تحلیل لحاظ کند. سه مدل محاسبه عمر شامل مدل مکانیک آسیب پیوسته، مدل تجربی یوانیدیس-هریس و مدل آماری زارتسکی پیاده‌سازی و با یکدیگر مقایسه شدند. مدل CDM بر پایه نرخ رشد آسیب در هر چرخه و روابط ترمودینامیکی استوار بود و توانست رفتار تدریجی آسیب را با دقت بالایی مدل‌سازی کند. همچنین مدل زارتسکی با رویکرد آماری-مکانیکی، توزیع تنش‌های زیرسطحی را به توزیع احتمال عمر مرتبط کرده و نتایج نزدیکی با داده‌های تجربی نشان داد. در مقابل، مدل یوانیدیس-هریس بر اساس حد

واژه‌نامه

- | | | |
|-------------------------------|-----------------------------------|-------------------------|
| 1. rolling contact fatigue | 4. Ioannides-Harris | 7. race way |
| 2. pitting | 5. Zaretsky | 8. local film thickness |
| 3. continuum damage mechanics | 6. elastohydrodynamic lubrication | 9. damage accumulation |
| | | 10. Ramberg Osgood |

مراجع

- Zhao X., Zhang Y. Analysis of the tribological and dynamic performance of textured bearings under contaminated conditions. *Tribology International*. 2023;187:108732. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2023.108732>
- Morales-Espejel G, Gabelli A. A model for rolling bearing life with surface and subsurface survival: Surface thermal effects. *Wear*. 2020; 460: 203446. <https://doi.org/10.1016/j.wear.2020.203446>
- Jiang M., Xiang Y. Prediction on the remaining useful life of rolling bearings using ensemble DLSTM. *Shock and Vibration*. 2023; 2023(1): 3742912. <https://doi.org/10.1155/2023/3742912>
- Lorenz S.J., Sadeghi F., Trivedi H.K., Rosado L., Kirsch M.S., Wang C. An approach for predicting failure mechanism in rough surface rolling contact fatigue. *Tribology International*. 2021; 158: 106923. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2021.106923>
- Yuan Z., et al. Effect of surface roughness on friction and wear behavior of GCr15 bearing steel under different loads. *Surface Science and Technology*. 2024; 2(1): 28. <https://doi.org/10.1007/s44251-024-00057-2>
- Morales-Espejel G.E., Gabelli A., De Vries A.J. A model for rolling bearing life with surface and subsurface survival—tribological effects. *Tribology Transactions*. 2015; 58(5): 894-906. <https://doi.org/10.1080/10402004.2015.1025932>
- Qin X.f., Li F., Zhao X. An approach for subsurface rolling contact fatigue damage assessment of backup roll material. *Journal of Failure Analysis and Prevention*. 2017; 17(5): 942-947. <https://doi.org/10.1007/s11668-017-0326-z>

8. Su B., Lu C., Gong Z. The Influence of MoS₂ Coatings on the Subsurface Stress Distribution in Bearing Raceways. *Lubricants*. 2025; 13(8): 336. <https://doi.org/10.3390/lubricants13080336>
9. Balan M., Tufescu A., Cretu S. A case study on relation between roughness, lubrication and fatigue life of rolling bearings. IOP Conference Series :Materials Science and Engineering; 2016: IOP Publishing. <https://doi.org/10.1088/1757-899X/147/1/012013>
10. Mc Diarmid D.L. A shear stress based critical-plane criterion of multiaxial fatigue failure for design and life prediction. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*. 1994; 17(12): 1475-1484. <https://doi.org/10.1111/j.1460-2695.1994.tb00789.x>
11. Ringsberg J., Bjarnehed H., Johansson A., Josefson B. Rolling contact fatigue of rails—finite element modelling of residual stresses, strains and crack initiation. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit*. 2000; 214(1) :7-19. <https://doi.org/10.1243/0954409001531207>
12. Li B., Li P., Zhou R., Feng X.Q., Zhou K. Contact mechanics in tribological and contact damage-related problems: A review. *Tribology International*. 2022; 171: 107534. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2022.107534>
13. Ghatrehsamani S.A.S., Khonsari M.M. Experimental and numerical study of the running-in wear coefficient during dry sliding contact. *Surface Topography: Metrology and Properties*. 2021; 9(1): 015009. <https://doi.org/10.1088/2051-672X/abbd7a>
14. Salehi S., Ghatrehsamani S., Akbarzadeh S., Khonsari M. Application of continuum damage mechanics for prediction of wear with provision for sequential speed operation. *Tribology Letters*. 2022; 70(4): 105. <https://doi.org/10.1007/s11249-022-01645-9>
15. Masjedi M., Khonsari M. On the effect of surface roughness in point-contact EHL: Formulas for film thickness and asperity load. *Tribology International*. 2015; 82: 228-244. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2014.09.010>
16. Bal H. Influence of Lubricant Properties on Elastohydrodynamic Oil Film Thickness in Angular Contact Ball Bearings: A Numerical Investigation. *Applied Mechanics*. 2025; 6(3): 64. <https://doi.org/10.3390/applmech6030064>
17. Masjedi M., Khonsari M. An engineering approach for rapid evaluation of traction coefficient and wear in mixed EHL. *Tribology International*. 2015; 92: 184-190. <https://doi.org/10.1016/j.triboint.2015.05.013>
18. Budynas R.G., Nisbett J.K. Shigley's mechanical engineering design: McGraw-Hill New York; 2011.
19. Fereidouni H., Akbarzadeh S., Khonsari M. The relation between subsurface stresses and useful wear life in sliding contacts. *Tribology Letters*. 2020; 68(1): 9. <https://doi.org/10.1007/s11249-019-1246-8>
20. Lemaitre J., Chaboche J.L. Mechanics of Solid Materials, Cambridge University Press, Cambridge, 1990. <https://doi.org/10.1017/CBO9781139167970> <https://doi.org/10.1017/CBO9781139167970>
21. Bhattacharya B., Ellingwood B. Continuum damage mechanics analysis of fatigue crack initiation. *International journal of fatigue*. 1998; 20(9): 631-639. [https://doi.org/10.1016/S0142-1123\(98\)00032-2](https://doi.org/10.1016/S0142-1123(98)00032-2)
22. Beheshti A., Khonsari M. A thermodynamic approach for prediction of wear coefficient under unlubricated sliding condition. *Tribology letters*. 2010; 38(3): 347-354. <https://doi.org/10.1007/s11249-010-9614-4>
23. Zaretsky E.V. Rolling bearing life prediction, theory, and application. 2013.
24. Zaretsky E.V. Fatigue criterion to system design, life, and reliability. *Journal of Propulsion and Power*. 1987; 3(1): 76-83. <https://doi.org/10.2514/3.22955>
25. Moallem H., Akbarzadeh S., Ariaei A. Prediction of micropitting life in spur gears operating under mixed-lubrication regime using load-sharing concept. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*. 2016; 230(5): 591-599. <https://doi.org/10.1177/1350650115607896>
26. Li W., Wang G., Jiang Y. Wedge-loading planetary traction drive: Modeling and performance analysis. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part J: Journal of Engineering Tribology*. 2025; 239(2): 200-15. <https://doi.org/10.1177/13506501241277708>
27. Yu A., Huang H.Z., Li Y.F., Li H., Zeng Y. Fatigue life prediction of rolling bearings based on modified SWT mean stress correction. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*. 2021; 34(1): 110. <https://doi.org/10.1186/s10033-021-00625-9>
28. Höglund E. The relationship between lubricant shear strength and chemical composition of the base oil. *Wear*. 1989; 130(1): 213-224. [https://doi.org/10.1016/0043-1648\(89\)90234-2](https://doi.org/10.1016/0043-1648(89)90234-2)