



## Numerical Simulation of the Flow on a flying boat Propeller in Different Working Conditions

Mohammadbagher Mahaki<sup>1,\*</sup>  and Mahdi Sahebi<sup>2</sup> 

1. Department of Mechanical Engineering, Kermanshah University of Technology, Kermanshah, Iran
2. Department of Mechanical Engineering, Qom University of Technology, Qom, Iran

**Abstract:** The performance of a propeller, specifically its thrust and torque, critically affects the overall efficiency of propeller-driven vehicles. This study numerically investigates a flying boat propeller with a diameter of 2 m, operating at a rotational speed of 2200 rpm and an advance speed of 180 km/h. The three-dimensional, compressible, turbulent airflow is modeled using the SST  $k-\omega$  turbulence scheme, and blade rotation is accounted for via the moving reference frame (MRF) approach. The effects of rotational speed, blade pitch angle, and vehicle advance speed on thrust and torque are quantitatively evaluated. ANSYS Fluent commercial code was utilized for performing numerical simulations. The CFD results showed a reasonable agreement with experimental results. Key results show that increasing the rotational speed from 2000 rpm to 2200 rpm raises the thrust by approximately 180% and the torque by 67%. A 2-degree increase in the blade pitch angle yields respective increases of 61%, 42%, and 14% in thrust, torque, and efficiency. In contrast, the advance speed has an inverse effect: at 210 km/h, thrust, torque, and efficiency drop to only 5%, 43%, and 13% of their values at 150 km/h, respectively. These findings demonstrate the strong sensitivity of the propeller performance to the operational parameters, especially advance speed, and provide quantitative benchmarks for design applications in compressible flow regimes.

**Keywords:** Wing In Ground Effect; Propeller; Moving Reference Frame; Thrust; Propeller Torque.

Received: Jan. 31, 2026; Revised: May. 17, 2026; Accepted: May. 18, 2026; Published Online: Jun. 30, 2026.

\* Corresponding Author: [mb.mahaki@kut.ac.ir](mailto:mb.mahaki@kut.ac.ir)

How to Cite: Mahaki Mohammadbagher, Sahebi numerical simulation of the flow on a specific propeller in different working conditions, Journal of Computational Methods in Engineering; 2026, 45(1), 203-226; doi.org/10.47176/jcme.45.1.1077.





## شبیه‌سازی عددی جریان روی ملخ یک پرنده در شرایط کاری مختلف

محمدباقر مهکی<sup>۱\*</sup> و مهدی صاحبی<sup>۲</sup>

۱. گروه مهندسی مکانیک، دانشکده مهندسی، دانشگاه صنعتی کرمانشاه، کرمانشاه، ایران

۲. دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی قم، قم، ایران

**چکیده** - در پرنده‌های دارای سیستم پیشران ملخ، عملکرد ملخ، به‌ویژه از نظر تولید نیروی پیشران و گشتاور، تأثیر مستقیمی بر عملکرد کلی سیستم دارد. در این مطالعه، عملکرد ملخ یک پرنده اثر سطح به قطر ۲ m به روش عددی شبیه‌سازی شد. در شرایط بررسی پایه، سرعت دورانی ۲۲۰۰ rpm برای ملخ و سرعت پیشروی ۱۸۰ km/h برای پرنده در نظر گرفته شد. همچنین، اثر پارامترهایی چون سرعت دورانی ملخ، زاویه گام پره و سرعت پیشروی پرنده بر نیروی پیشران و گشتاور اعمالی بر ملخ بررسی شد. شبیه‌سازی‌های عددی به کمک نرم‌افزار تجاری ANSYS CFX انجام و جریان به صورت سه‌بعدی، تراکم‌پذیر و آشفته در نظر گرفته شد. برای در نظر گرفتن آشفتگی جریان، از مدل SST K- $\omega$  استفاده و تأثیر چرخش پره‌های ملخ نیز به کمک مدل قاب مرجع متحرک در نظر گرفته شد. نتایج این تحقیق بیانگر آن است که افزایش دور ملخ از ۲۰۰۰ تا ۲۲۰۰ rpm، باعث افزایش حدود ۱۸۰ و ۶۷ درصدی در ضریب پیشران و ضریب توان ملخ شده است. افزایش زاویه گام پره نیز نتایج مشابه با افزایش دور ملخ داشته است. دو درجه افزایش زاویه گام، موجب افزایش ضریب پیشران، ضریب توان و بازده ملخ تا ۶۱، ۴۲ و ۱۴ درصد شده است. در مقابل، افزایش سرعت پیشروی پرنده، موجب کاهش زاویه حمله روی مقاطع ایرفویلی شده است. به طوری که ضریب پیشران، ضریب توان و بازده ملخ در سرعت پیشروی ۲۱۰ km/h، برابر با ۵، ۴۳ و ۱۳ درصد این مقادیر در سرعت ۱۵۰ km/h بوده است.

واژه‌های کلیدی: شناور اثر سطحی، ملخ، قاب مرجع متحرک، نیروی پیشران، گشتاور اعمالی بر پره.

دریافت مقاله: ۱۴۰۴/۱۱/۱۱، بازنگری: ۱۴۰۵/۰۲/۲۷، پذیرش: ۱۴۰۵/۰۲/۲۸، اولین انتشار: ۱۴۰۵/۰۳/۳۰

\* نویسنده مسئول، رایانامه: [mb.mahaki@kut.ac.ir](mailto:mb.mahaki@kut.ac.ir)

## فهرست علائم

|                       |           |                            |           |
|-----------------------|-----------|----------------------------|-----------|
| نیروی پیشرانش ملخ     | T         | طول وتر مقطع ایرفویلی      | c         |
| مولفه سرعت هوا        | u         | ضریب پسا                   | $C_d$     |
| مولفه نوسانی سرعت هوا | $\dot{u}$ | ضریب برآ                   | $C_l$     |
| سرعت پیشروی           | V         | نیروی پسا                  | D         |
| سرعت هوای روی پره     | W         | آنتالپی استاتیک هوا        | h         |
| علائم یونانی          |           | آنتالپی سکون هوا           | $h_{tot}$ |
| زاویه حمله            | $\alpha$  | نیروی برآ                  | L         |
| زاویه گام             | $\beta$   | گشتاور اعمالی بر پرها      | Q         |
| بازده ملخ             | $\eta$    | فشار                       | p         |
| چگالی                 | $\rho$    | توان                       | P         |
| زاویه جریان           | $\phi$    | شعاع مقطع                  | r         |
| سرعت دورانی           | $\Omega$  | شعاع پره                   | R         |
| ویسکوزیته             | $\mu$     | ضخامت بیشینه مقطع ایرفویلی | t         |

## ۱- مقدمه

تقسیم می‌شوند (۱). مقدار نیروی پیشرانش تولید شده توسط ملخ در شرایط کاری مختلف، متفاوت است و به پارامترهایی چون هندسه ملخ و سرعت پرنده وابسته است. معادلات حاکم بر جریان اطراف ملخ هوایی قایق پرنده، همان معادلات حاکم بر ملخ هواپیما است، متفاوت بودن شرایط عملکردی قایق پرنده، خصوصاً ارتفاع، باعث متفاوت شدن خصوصیات فیزیکی هوای اطراف، مانند چگالی، و در نتیجه تفاوت رژیم جریان عبوری از ملخ هوایی قایق پرنده می‌شود.

مطالعاتی که تاکنون در زمینه هیدروآیرودینامیک قایق پرنده انجام شده به چند دسته اصلی تقسیم می‌شوند. در برخی از مطالعات، تاثیر پدیده‌ی اثر سطح زمین در آیرودینامیک یک بال تحت اثر سطح بررسی شده است (۶-۲). سابقه این مطالعات به دهه ۱۹۲۰ بر می‌گردد (۷). شارما و احمد با در نظر گرفتن پدیده اثر سطح درون تونل باد، ویژگی‌های آیرودینامیکی ایرفویل متقارن NACA0015 را به صورت تجربی بررسی کرده و مشاهده کردند که پخش شدن خطوط جریان و حرکت نقطه سکون به سمت پایین و نیز افزایش تمایل جریان برای عبور از سطح بالایی

هنگام پرواز در ناحیه نزدیک به سطح آب، نیروی مقاوم هوا (پسا یا درگ) نسبت به نواحی دورتر از سطح کاهش و نیروی بالا برنده (برا یا لیفت) افزایش می‌یابد. این پدیده به نام اثر سطح شناخته می‌شود. از طرف دیگر به دلیل حرکت قایق در سیال هوا، سرعت در این ناحیه افزایش می‌یابد. وسایلی که در این ناحیه پرواز می‌کنند را اصطلاحاً شناور اثر سطح (WIG) می‌نامند.

شناورهای پروازی (قایق‌های پرنده) به‌عنوان یکی از فناوری‌های نوین در حوزه حمل‌ونقل دریایی، این قابلیت را دارند که طیف گسترده‌ای از نیازمندی‌های اقتصادی، دفاعی و ورزشی را رفع کنند. این شناورها قادرند از سطح آب به عنوان باند پرواز خود استفاده نموده و پس از سرعت گرفتن از آب جدا شوند. اکثر قایق‌های پرنده به ارتفاع بالاتر از ۵ متر از سطح آب نمی‌روند (۱).

قایق‌های پرنده بر اساس نوع سامانه پیشرانش به چند نوع دارای ملخ‌های هوایی، پروانه‌های آبی و همچنین موتور جت

روش‌های عددی در مهندسی، سال ۴۵، شماره ۱، تابستان ۱۴۰۵

است، در حالی که تحلیل عددی جریان روی ملخ قایق پرنده به‌عنوان یک سامانه پیش‌رانش نصب‌شده در نزدیکی سطح آب، در مطالعات محدودی مورد توجه قرار گرفته است.

در یکی از پژوهش‌ها، افشار و علیشاهی، با استفاده از روش‌های عددی، اثر جریان ملخ روی اجزای مختلف یک قایق پرنده را بررسی کرده‌اند. بر اساس نتایج حاصل، مشخص شد اثر ملخ روی دم قایق پرنده در پرواز نزدیک سطح دارای اهمیت است و نحوه استقرار ملخ نسبت به دم باید طوری باشد که گشتاورهای حاصل از اثرات ملخ، تا حد ممکن کاهش یافته و در عین حال نیروهای برا و پسا در محدوده مناسب قرار گیرند. در این مطالعه با بررسی نتایج به دست آمده، زاویه و جهت مناسب برای نصب ملخ مشخص شده است (۱۶). در پژوهش مشابه دیگری، افشار و کشوری، میدان جریان اطراف ملخ و دم قایق پرنده را به‌طور هم‌زمان شبیه‌سازی کردند و اثرات اندرکنش آیرودینامیکی ملخ و دم را مورد بررسی قرار دادند. نتایج عددی نشان داد جریان مارپیچی و ناپایای ناشی از ملخ، به‌طور قابل توجهی میدان جریان ورودی به سطوح دم را تغییر داده و منجر به افزایش عدم تقارن در بارهای آیرودینامیکی می‌شود (۱۷).

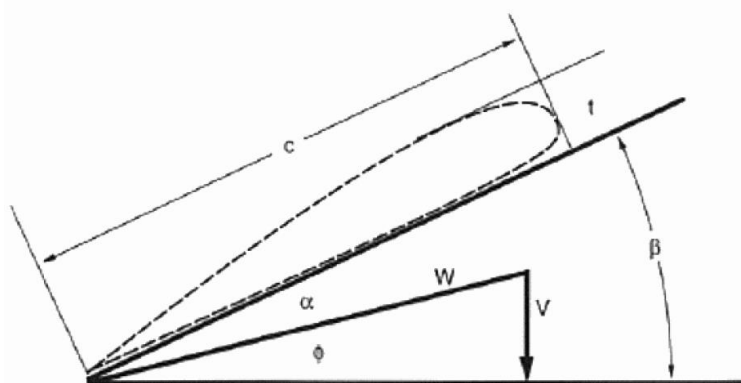
چان و کیم، اندرکنش بین یک ملخ قرار گرفته در جلو و بال متأثر از سطح را با استفاده از تقریب جریان پتانسیل تحلیل کردند. در این مطالعه پس از مقایسه نتایج مدل عددی با نتایج تجربی و تایید صحت آن، اثر پارامترهایی چون موقعیت ملخ، قطر و سرعت دورانی آن بر عملکرد ملخ و اندرکنش ملخ-بال مورد بررسی قرار گرفت (۱۸).

کمالی و همکاران جریان روی ملخ یک قایق پرنده را بررسی کردند و به صورت عددی و با استفاده از نرم‌افزار فلوئنت، تاثیر حضور یک داکت فن را روی عملکرد ملخ مطالعه کردند. در این شبیه‌سازی، مدل کاملی از قایق پرنده شامل بال، بدنه، ملخ و موتور تولید شده است. نتایج این تحقیق نشان داد که حضور داکت فن باعث می‌شود میزان نیروی پیش‌رانش ملخ در حدود ۲۰٪ افزایش یابد. همچنین طول بهینه داکت طراحی شده در

بال، باعث کاهش سرعت و افزایش فشار زیر بال می‌شود (۲). کو و همکاران به صورت عددی، جریان اطراف یک قایق پرنده در حضور سطح تخت و موج‌دار را در زوایای حمله پایین و متوسط با استفاده از نرم‌افزار ANSYS FLUENT شبیه‌سازی کردند. نتایج این مطالعه نشان داد که اثر سطح بر عملکرد آیرودینامیکی پرنده به شدت تابع زاویه حمله و ارتفاع پرواز بوده و حضور سطح موج‌دار می‌تواند نوسانات قابل توجهی در نیروهای آیرودینامیکی ایجاد کند (۴). افشار و علیشاهی، میدان جریان سیال را حول مدل کاملی از یک قایق پرنده به صورت عددی مورد تحلیل قرار دادند. در این مطالعه، تاثیر شکل بدنه قایق پرنده مانند استفاده از زائده بال‌مانند<sup>۲</sup> در حالت وجود و عدم وجود اثر سطح بررسی شده است (۶).

بخش دیگری از پژوهش‌ها در دهه‌های گذشته بر ارزیابی اثر شرایط سطحی بر عملکرد پره‌های دوار متمرکز بوده‌اند. بیشتر این مطالعات روتورهای هلیکوپتر را مورد توجه قرار داده‌اند (۸-۱۰). در پژوهش‌های دیگری نیز تمرکز اصلی بر تغییرات نیروی پیش‌رانش ناشی از نزدیکی ملخ به سطح و میدان جریان پایین‌دست در شرایط کاری مختلف بوده است (۱۱-۱۵). در پژوهش انجام شده توسط کای و همکاران، اثر نزدیکی زمین بر عملکرد ملخ‌های کوچک مورد استفاده در پرنده‌های بدون سرنشین کوچک بررسی شد و نشان دادند در ملخ‌های با نسبت گام به قطر کمتر از ۰/۷، نزدیکی به سطح منجر به افزایش قابل توجه ضریب پیش‌رانش و کاهش ضریب توان شده است (۱۱). دامبراسچی و همکاران در یک مطالعه عددی-آزمایشگاهی، به بررسی اثر سطح بر عملکرد ملخ‌های کوچک مقیاس پرداختند و نشان دادند با افزایش زاویه ملخ نسبت به سطح، افزایش نیروی پیش‌رانش ناشی از اثر سطح به شکل محسوسی کاهش می‌یابد (۱۵).

بر اساس مطالعات مروری در تحقیقات پیشین، اثر مجاورت زمین روی بال‌های نزدیک سطح و همچنین اثر سطح بر عملکرد پره‌های دوار و ملخ‌های عمومی به‌صورت گسترده بررسی شده



شکل ۱. هندسه پروفیل یک مقطع از پره ملخ و جریان روی آن (۲۱)

عملکردی ناپایدار تشخیص داده می‌شود و در صورت عدم ورود به آن محدوده، محدوده عملکردی گسترده‌تری برای آن پیشنهاد می‌شود. نتایج این پژوهش می‌تواند به‌عنوان داده ورودی برای انتخاب موتور و نیز مدل‌سازی معادلات حرکت قایق پرنده در فاز طراحی مورد استفاده قرار گیرد.

## ۲- پارامترهای هندسی و معادلات حاکم

در این بخش ابتدا به فیزیک ملخ و پارامترهای هندسی آن پرداخته می‌شود و سپس معادلات حاکم بر شبیه‌سازی عددی ارائه می‌شود.

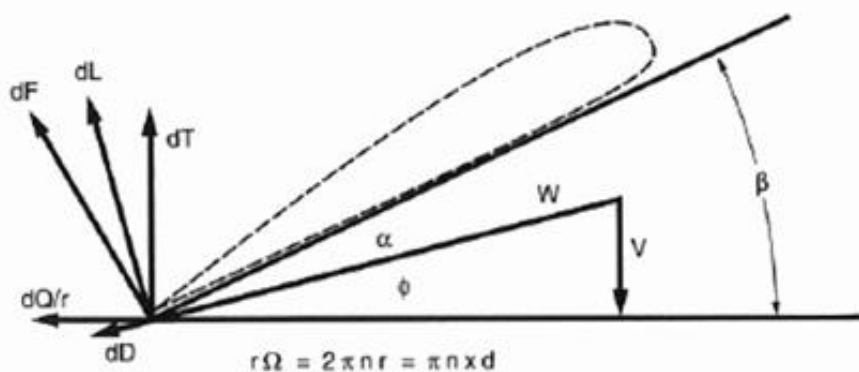
### ۲-۱- پارامترهای هندسی ملخ

پره ملخ که به‌صورت بالی تابیده‌شده با مقاطع ایرفویلی متفاوت طراحی می‌گردد، نیروهای هیدروآیرودینامیکی را در جهت مطلوب تولید کرده و پیشرانس مورد نیاز حرکت رو به جلوی قایق پرنده را تأمین می‌کند. هنگام طراحی و استفاده از ملخ، بیشینه کردن نیروی پیشرانس و کمینه کردن گشتاور اعمالی بر پره و در نتیجه آن کمینه کردن مورد نیاز برای دوران ملخ به عنوان هدف مطرح است.

شکل ایرفویل در مقاطع مختلف پره ملخ، از ریشه تا نوک به‌طور قابل توجهی تغییر می‌کند. همان‌طور که در شکل ۱ نشان داده شده است، هر مقطع از ملخ دارای یک پروفیل آیرودینامیکی است که با پارامترهای عرض پره یا طول وتر<sup>۳</sup> (c)، ضخامت

حدود ۰/۵ تا ۰/۶ قطر ملخ بود (۱۹). عزیزی برای بهینه‌سازی هندسه ملخ به همراه داکت در یک قایق پرنده، از یک کد محاسباتی بهره گرفت. در این مطالعه، سرعت پیشروی اندک قایق پرنده، به عنوان استدلالی برای اهمیت اندک اثرات تراکم‌پذیری مطرح بوده است. همچنین منحنی‌های عملکردی ملخ در خارج از نقطه طراحی، از خروجی‌های این مطالعه بوده است (۲۰).

با وجود مطالعات پیشین در حوزه پیشرانس قایق‌های پرنده، در ادبیات موجود کمتر به استخراج پارامترهای عملکردی ملخ شامل نیروی پیشرانس، گشتاور و بازده، پرداخته شده است. در پژوهش‌های مرور شده در این حوزه اثر شرایط کاری مختلف بر عملکرد ملخ نادیده گرفته شده است. در پژوهش حاضر، با استفاده از شبیه‌سازی عددی جریان سه‌بعدی، تراکم‌پذیر و آشفتنه (مدل SST k- $\omega$ ) و اعمال اثر دوران به روش قاب مرجع متحرک در نرم‌افزار ANSYS CFX، ابتدا عملکرد ملخ در یک نقطه کاری پایه ارزیابی می‌شود؛ سپس، برای جداسازی اثر هر پارامتر، حساسیت عملکرد نسبت به سه پارامتر عملیاتی کلیدی شامل سرعت دورانی ملخ، زاویه گام پره و سرعت پیشروی حول حالت پایه بررسی و منحنی‌های عملکردی ملخ گزارش می‌شود. علاوه بر گزارش کمی نتایج، روندهای مشاهده‌شده بر مبنای تغییرات میدان جریان/زاویه حمله مؤثر روی مقاطع پره تبیین فیزیکی می‌شود. همچنین با توجه به عملکرد ملخ در شرایط کاری مطالعه شده، محدوده عملکردی مناسب ملخ در این کاربری و شرایط کاری تعیین می‌شود و ورود یا عدم ورود آن به محدوده



شکل ۲. نیروهای وارد بر مقاطع ایرفویلی پره ملخ (۲۱)

در این روابط  $dL$  و  $dD$  به ترتیب دیرانسیل نیروهای برآ و پسا و  $C_l$  و  $C_d$  ضرایب برآ و پسای مقطع دیرانسیلی هستند.  $V$ ،  $\rho$  و  $R$  نیز به ترتیب چگالی هوا، سرعت هوا نسبت به پره و شعاع پره هستند. دیرانسیل نیروی پیشرانش و گشتاور اعمالی بر پره نیز به ترتیب از روابط ۶ و ۷ محاسبه می‌شوند.

$$dT = dL \cos \phi - dD \sin \phi = 0.5\rho V R^2 c dr (C_l \cos \phi - C_d \sin \phi) \quad (6)$$

$$dQ = dL \cdot r \sin \phi + dD \cdot r \cos \phi = 0.5\rho V R^2 c r dr (C_l \sin \phi + C_d \cos \phi) \quad (7)$$

با انتگرال‌گیری این المان‌های دیرانسیلی از ریشه تا نوک پره، نیروی پیشرانش و گشتاور اعمالی بر ملخ مطابق روابط ۸ و ۹، محاسبه می‌شوند.

$$T = 0.5\rho V R^2 \int c (C_l \cos \phi - C_d \sin \phi) dr \quad (8)$$

$$Q = 0.5\rho V R^2 \int c \cdot r \cdot (C_l \sin \phi + C_d \cos \phi) dr \quad (9)$$

توان موتور  $P$  نیز از رابطه ۱۰ به دست می‌آید.

$$P = Q\Omega \quad (10)$$

لازم به ذکر است که برای توصیف عملکرد ملخ، از پارامترهای ضریب پیشرانش ( $C_T$ ) و ضریب توان ( $C_P$ ) استفاده می‌شود که به صورت روابط ۱۱ و ۱۲ تعریف می‌شوند.

$$C_T = \frac{T}{\rho n^2 d^4} \quad (11)$$

$$C_P = \frac{P}{\rho n^3 d^5} \quad (12)$$

در این روابط،  $n$  سرعت دورانی ملخ بر حسب دور بر ثانیه است. بازده ملخ نیز از رابطه ۱۳ حاصل می‌شود.

بیشینه ( $t$ ) و زاویه گام ( $\beta$ ) توصیف می‌شود (۲۱). زاویه گام به صورت‌های مختلفی تعریف می‌شود. در بسیاری از اوقات، این زاویه به صورت زاویه بین مرز هموار زیر پروفیل و صفحه چرخش ملخ تعریف می‌شود (شکل ۱).

همان‌طور که در رابطه ۱ نشان داده شده است، سرعت جریان هوا نسبت به پره ملخ با مجموع برداری سرعت ناشی از دوران ملخ ( $r\Omega$ ) و سرعت پیشروی ( $V$ ) پرنده برابر است (۲۱).

$$W = \sqrt{(r\Omega)^2 + (V)^2} \quad (1)$$

زاویه جریان (۲) هم مطابق رابطه ۲ تعریف می‌شود:

$$\beta = \tan^{-1} (V / r\Omega) \quad (2)$$

مطابق رابطه ۳، زاویه حمله جریان روی پره ( $\alpha$ ) با تفاضل بین زاویه گام و زاویه جریان برابر است.

$$\alpha = \beta - \phi \quad (3)$$

همان‌طور که گفته شد نیروی پیشرانش و گشتاور اعمالی بر پره مهمترین پارامترهای عملکردی ملخ هستند. در این بخش ارتباط این پارامترها با ضرایب برآ و پسای مقاطع ایرفویلی بیان می‌شود. شکل ۲ نیروهای وارد بر یک مقطع از پره را نشان می‌دهد. دیرانسیل نیروهای برآ و پسای وارد بر یک المان شعاعی با طول  $dr$  به ترتیب از روابط ۴ و ۵ به دست می‌آیند (۲۲):

$$dL = 0.5C_l \rho V R^2 c dr \quad (4)$$

$$dD = 0.5C_d \rho V R^2 c dr \quad (5)$$

در رابطه ۱۵،  $\overline{u'_i u'_j}$  معرف تنش رینولدز است که برای بسته شدن معادله باید توسط مدل‌های آشفتگی بهینه و مناسب مدل شود (۲۴).

برخلاف کاربرد گسترده مدل k-ε به عنوان یکی از مدل‌های آشفتگی، در جریان‌های با گرادین شدید، مانند نواحی محدود شده به دیواره، استفاده از این مدل، با دقت مناسبی همراه نیست. مدل k-ω یکی دیگر از مدل‌های آشفتگی رایج است که بر خلاف مدل k-ε در نواحی نزدیک دیواره کارایی مطلوبی از خود نشان می‌دهد. البته این مدل حساسیت زیادی به شرایط ورودی جریان دارد و در نواحی دور از دیواره دقت نتایج آن از مدل k-ω کمتر است. مدل SST k-ω توسط منتر<sup>۴</sup> و برای آمیختن فرمول‌بندی دقیق و قدرتمند مدل k-ω در نواحی نزدیک دیواره با مدل k-ε (۲۵). مدل k-ε توسط یک تابع ترکیب<sup>۵</sup> در مدل k-ω ضرب می‌شود. این تابع دو مدل را با یکدیگر ترکیب می‌کند. مقدار این تابع در نواحی نزدیک دیواره به یک میل می‌کند؛ در نتیجه مدل k-ω در این نواحی غالب است. با افزایش فاصله از دیواره، مقدار تابع به صفر نزدیک می‌شود و مدل k-ε به تدریج فعال شده و بر حل حاکم می‌گردد. به عبارت دیگر این مدل به طور همزمان، توانایی بالای مدل k-ω در نواحی با عدد رینولدز لایه مرزی پائین و کارایی بالای مدل k-ε در نواحی با عدد رینولدز لایه مرزی بالا را در اختیار گرفته است.

چرخش پره ملخ به دلیل جاروب متناوب فضای اطراف توسط پره، جریانی ناپایا یا غیردائم در اطراف آن ایجاد می‌کند. برای در نظر گرفتن این اثر، دو روش اصلی وجود دارد. در روش اول، با در نظر گرفتن اثرات غیر دائم، شبکه محاسباتی اطراف ملخ، به صورت چرخشی تعریف شده و جریان هوا به صورت ناپایا در زوایای مختلف حل می‌شود (مدل شبکه لغزنده<sup>۶</sup>). در روش دوم، پره ثابت فرض می‌شود اما میدان جریان آن به صورت چرخشی در نظر گرفته می‌شود (مدل قاب مرجع متحرک<sup>۷</sup>). در این روش با صرف نظر از اثرات غیر دائم و ناپایداری، حل جریان به صورت پایا انجام می‌شود. با وجود دقیق‌تر بودن مدل شبکه

$$\eta = \frac{TV}{P} \quad (13)$$

همان‌طور که از معادلات فوق مشخص است، تغییر در ضرایب برآ و پسای مقاطع مختلف پره ملخ، مستقیماً بر نیروی پیشرانش و گشتاور وارد بر پره تأثیر می‌گذارد. این ضرایب خود تابع شرایط جریان هوا روی هر مقطع یعنی زاویه حمله و عدد رینولدز هستند. از سوی دیگر، تغییر در پارامترهای عملیاتی ملخ نظیر سرعت پیشروی پرنده، سرعت دورانی ملخ و زاویه گام پره نیز باعث تغییر در زاویه حمله و عدد رینولدز جریان و در نتیجه ضرایب برآ و پسای مقاطع می‌شود. بنابراین انتظار می‌رود که تغییر در این پارامترها، عملکرد کلی ملخ را دستخوش تغییر کند.

## ۲-۲- معادلات حاکم

در عددهای ماخ بیش از ۰/۳ اثرات تراکم‌پذیری خود ظاهر شده و باید لحاظ شوند (۲۳). با توجه به سرعت دورانی و قطر نسبتاً بالای پره ملخ، در بسیاری از مقاطع پره ملخ، عدد ماخ از ۰/۳ فراتر می‌رود. از این رو در این مطالعه، جریان هوا به صورت تراکم‌پذیر در نظر گرفته شده است. از طرف دیگر با توجه به بالا بودن سرعت جریان هوای روی پره و متعاقب آن بالا بودن عدد رینولدز جریان روی پره، اثرات لزجت دارای اهمیت بوده و جریان هوا به صورت لزج در نظر گرفته می‌شود. همچنین با توجه به این که در این مطالعه اثرات غیر دائم لحاظ نشده است، می‌توان جریان سیال را دائم در نظر گرفت و از تغییرات خواص در طی زمان صرف نظر کرد.

با فرض جریان هوای دائم، تراکم‌پذیر و لزج روی پره ملخ، معادلات بقای جرم و تکانه به ترتیب به شکل روابط ۱۴ و ۱۵ بیان می‌شود.

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \frac{\partial(\rho u)}{\partial x} + \frac{\partial(\rho v)}{\partial y} + \frac{\partial(\rho w)}{\partial z} = 0 \quad (14)$$

$$\frac{\partial(\rho u_i)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial P}{\partial x_i} + \quad (15)$$

$$\mu \nabla^2 u_i + (\rho - \rho_0) g_i + \frac{\partial}{\partial x_j}(-\rho \overline{u'_i u'_j})$$

آشفتگی مدل می‌شود. برای مدل‌سازی آشفتگی، با توجه به عملکرد مناسب مدل انتقال تنش برشی (SST) در شبیه‌سازی جریان‌های خارجی و پیش‌بینی نقطه جدایش، از این مدل استفاده می‌شود. برای در نظر گرفتن اثرات چرخش ملخ نیز از مدل قاب مرجع متحرک استفاده می‌شود. حل گر مورد استفاده در این مطالعه، کد تجاری ANSYS CFX است. در این مطالعه، شرط همگرایی برای معادلات پیوستگی، تکانه و انرژی دارای اهمیت بوده و نرخ همگرایی نیز  $10^{-7}$  انتخاب شد.

### ۳- شبیه‌سازی عددی

مطالعه حاضر همانند هر مطالعه عددی دیگر از گام‌های تولید هندسه و شبکه، انتخاب مدل‌های مناسب برای حلگر و تنظیمات حل گر، حل مساله، پس‌پردازش و تحلیل نتایج تشکیل شده است. ملخ این قایق پرنده شامل ۳ پره با قطر ۲ m است. میدان حل این مساله شامل یک استوانه حول پره‌های ملخ (معرف حجم چرخان متاثر از دوران ملخ) و یک نیم‌استوانه بزرگ است. بنابر ورودی‌های مساله و ارتفاع پروازی قایق پرنده، فاصله ریشه ملخ از سطح پایین نیم‌استوانه بزرگ (معرف سطح آب) ۵ متر در نظر گرفته شده است. در شکل ۳ نمایی از هندسه میدان حل این مساله که با استفاده از ماژول ANSYS DesignModeler ایجاد شده، نشان داده شده است.

در شکل ۴ و جدول ۱ اطلاعات شرایط مرزی مساله حاضر آمده است. از آن جایی که شبکه تولید شده برای دو طرف سطوح مشترک بین دو حجم دوار و غیر دوار (سطوح جانبی استوانه کوچک) یکسان نیست، مطابق توصیه نرم‌افزار، برای این سطوح از اتصال شبکه GGI<sup>۱</sup> استفاده شده است (۲۴).

در این شبیه‌سازی، ابعاد ناحیه دوار به گونه‌ای تعیین می‌شود که اثرات آیرودینامیکی ناشی از دوران پره‌ها بر جریان پیرامونی ملخ با دقت کافی لحاظ شود. برای این هدف، استقلال نتایج از ارتفاع استوانه دوار بررسی شد.

لغزنده، به دلیل افزایش زمان حل، معمولاً از مدل قاب مرجع متحرک برای شبیه‌سازی ملخ استفاده می‌شود. با این شرایط باید در فضای اطراف پره، اثرات مرجع متحرک روی سمت چپ معادله تکانه به صورت رابطه ۱۶ اعمال شود (۲۴).

$$\frac{\partial(\rho \mathbf{v}_r)}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \mathbf{v}_r \mathbf{v}_r) + 2\rho(\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{v}_r) + \rho \boldsymbol{\omega} \times (\boldsymbol{\omega} \times \mathbf{r}) = -\nabla P + \mu \nabla^2 \mathbf{v}_r + (\rho - \rho_0)\mathbf{g} + \nabla \cdot (-\rho \overline{\mathbf{v}_r' \mathbf{v}_r'}) \quad (16)$$

در این رابطه  $V_r$  و  $\omega$  به ترتیب سرعت جریان هوا و سرعت دورانی ملخ هستند.

معادله بقای انرژی دیگر معادله حاکم بر مساله است. در این مطالعه به دلیل بالا بودن سرعت جریان هوای روی پره ملخ، اثر انرژی جنبشی قابل صرف نظر کردن نیست، به همین دلیل از مدل انرژی مجموع<sup>۸</sup> استفاده می‌شود (۲۴).

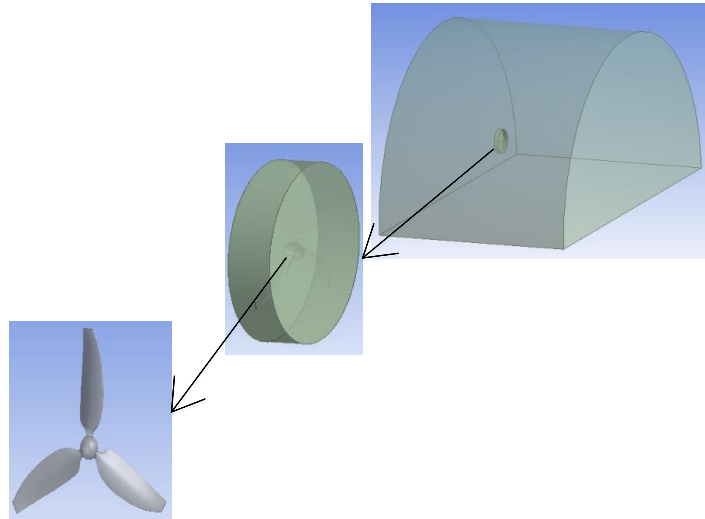
$$\frac{\partial(\rho h_{tot})}{\partial t} - \frac{\partial p}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho U h_{tot}) = \nabla \cdot (\lambda \nabla T) + \nabla \cdot (U \cdot \boldsymbol{\tau}) + U \cdot S_M + S_E \quad (17)$$

در این رابطه  $h_{tot}$  بیانگر آنتالپی سکون است که مطابق رابطه ۱۸ بر حسب آنتالپی استاتیک،  $h(T,p)$  تعریف می‌شود (۲۴):

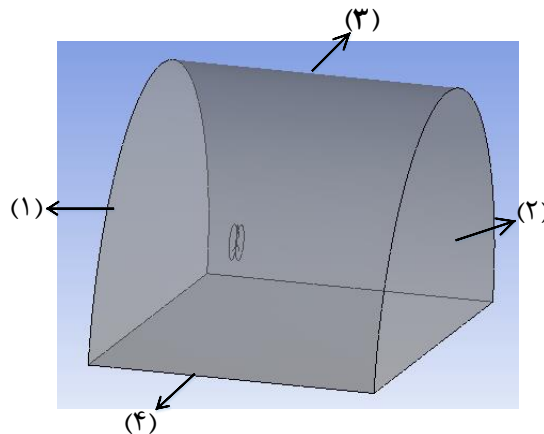
$$h_{tot} = h + \frac{1}{2} U^2 \quad (18)$$

رابطه ۱۷، عبارت  $\nabla \cdot (\lambda \nabla T)$  به شار هدایت حرارتی در میدان حل اشاره دارد و در آن  $\lambda$  برابر با ضریب هدایت حرارتی است. عبارت  $\nabla \cdot (U \cdot \boldsymbol{\tau})$  نیز نشان دهنده کار متأثر از تنش‌های ویسکوز است که به آن عبارت کار ویسکوز گفته می‌شود. این عبارت، اثرات گرمایش درونی حاصل از لزجت را در سیال مدل می‌کند. با وجود قابل صرف نظر بودن عبارت کار ویسکوز در بیشتر مسائل، اما طبق دستورالعمل نرم‌افزار CFX، در هنگام استفاده از مدل قاب مرجع متحرک، این جمله قابل چشم‌پوشی نیست. عبارت  $U \cdot S_M$  نیز بیانگر کار متأثر از نیروهای تکانه خارجی است که معمولاً از آن صرف نظر می‌شود. عبارت  $S_E$  نیز به منابع یا چشمه‌های انرژی در میدان محاسباتی اشاره دارد.

در این مطالعه حل معادلات به صورت سه‌بعدی و پایا انجام می‌شود. جریان عبوری از پره نیز به صورت لزج، تراکم‌پذیر و



شکل ۳. نمایی از میدان حل و پره‌های ملخ



شکل ۴. شرایط مرزی مورد نظر در این مساله

جدول ۱. اطلاعات مربوط به شرایط مرزی با توجه به شکل ۴

| مقدار         | نوع شرط مرزی            | شماره مرز |
|---------------|-------------------------|-----------|
| سرعت ۱۸۰ km/h | ورودی                   | (۱)       |
| فشار ۱ atm    | خروجی                   | (۲)       |
| فشار ۱ atm    | دهانه آزاد <sup>۹</sup> | (۳)       |
| شرط عدم لغزش  | دیواره                  | (۴)       |

بالا قطر استوانه مورد نظر ۳٪ بیش از قطر ملخ در نظر گرفته شده است (۲/۰۶ m).

همچنین اندازه حجم نیم استوانه اطراف ملخ باید به اندازه کافی بزرگ باشد تا تاثیر دنباله ناشی از دوران ملخ، به خوبی در دامنه حل نشان داده شود. به همین دلیل برای بررسی استقلال

در این مطالعه سه ارتفاع ۱۷۵، ۲۰۰ و ۲۲۵ mm بررسی شدند. مقادیر نیروی پسا و گشتاور وارد بر پره ملخ در هر یک از ارتفاع‌های گفته شده، در جدول ۲ آمده است. نتایج بیانگر آن است که در محدوده مورد نظر می‌توان هر یک از ابعاد بالا را به عنوان ارتفاع حجم چرخان در نظر گرفت. در هر کدام از موارد

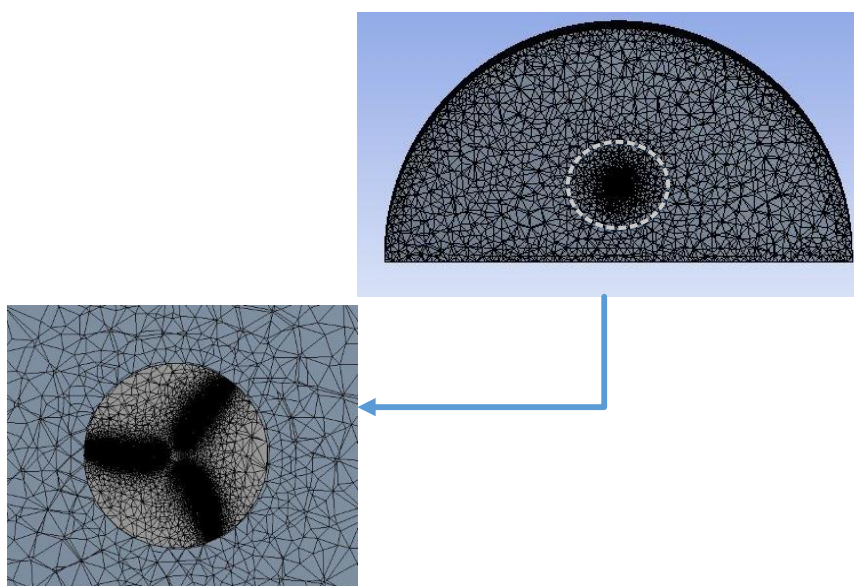
روش‌های عددی در مهندسی، سال ۴۵، شماره ۱، تابستان ۱۴۰۵

جدول ۲. مقادیر پسا و گشتاور اعمالی بر پره برای ۳ ارتفاع مختلف حجم چرخان (mm)

| ۲۲۵     | ۲۰۰     | ۱۷۵     |                            |
|---------|---------|---------|----------------------------|
| ۱۰۴۵/۴۷ | ۱۰۲۳/۵۷ | ۱۰۳۵/۰۳ | پسا (N)                    |
| ۴۰۹/۹۳  | ۴۰۵/۳۹  | ۴۰۶/۴۸  | گشتاور اعمالی بر پره (N.m) |

جدول ۳. نتایج مربوط به استقلال از حجم میدان حل

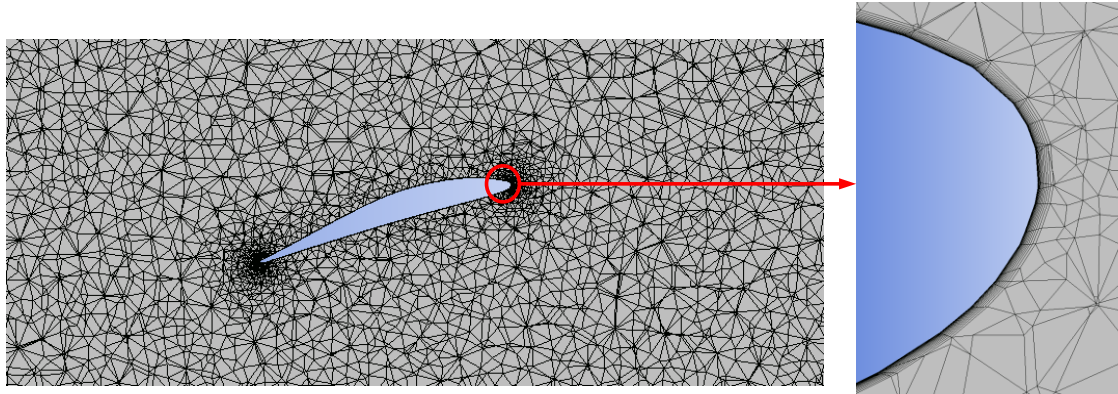
| نیم استوانه کوچک | نیم استوانه بزرگ |                            |
|------------------|------------------|----------------------------|
| ۱۰۲۳/۵۷          | ۱۰۱۹/۳۸          | نیروی پیشرانش (N)          |
| ۴۰۵/۳۸۵          | ۴۰۸/۶۸۲          | گشتاور اعمالی بر پره (N.m) |



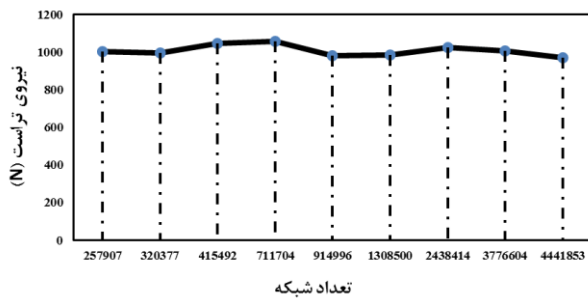
شکل ۵. نمایی از یک برش از شبکه ایجاد شده در کل میدان حل و نزدیکی پره‌های ملخ

با توجه به پیچیدگی هندسه پره‌های ملخ و ساختار میدان حل، ایجاد شبکه‌های سازمان‌یافته در میدان حل این مساله ممکن نبوده، بنابراین از شبکه‌های هرمی غیرسازمان‌یافته استفاده شده است. در این مرحله، سعی شده است شبکه ایجاد شده روی پره‌های ملخ، به اندازه کافی کوچک بوده تا پیش‌پره و انحنا پروفیل‌های مقاطع مختلف پره در حل دیده شود. همچنین برای بررسی دقیق اثر دیواره و لایه مرزی متاثر از آن، یک شبکه لایه مرزی مناسب روی سطح پره ملخ ایجاد شد و ارتفاع اولین لایه به صورتی انتخاب شد که مقدار  $\gamma^+$  روی سطح پره نزدیک به یک باشد. در شکل ۵ برشی از شبکه ایجاد شده در

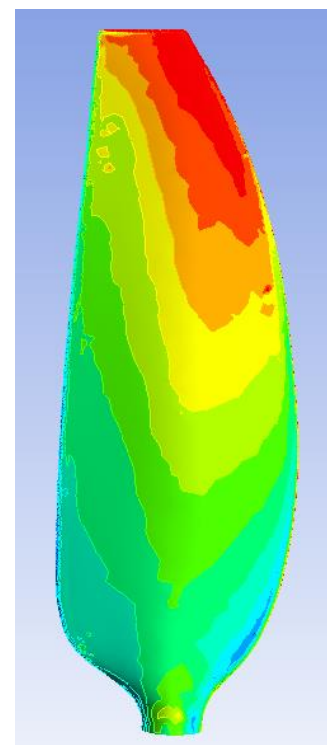
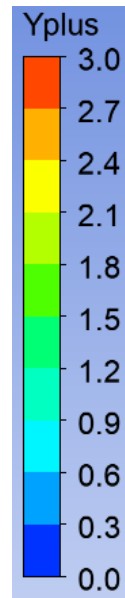
نتایج از حجم این نیم استوانه، مطالعه دیگری انجام شد. در این مطالعه، مساله مورد نظر در دو حجم متفاوت از نیم استوانه شبیه‌سازی شد. در حالت اول نیم استوانه به شعاع ۱۵ m بوده و سطح جلویی و پشتی آن به ترتیب ۵ و ۱۲ m از پره‌های ملخ فاصله داشتند. نیم استوانه حالت دوم بزرگتر و دارای شعاع ۲۲/۵ m بوده و فاصله سطوح جلویی و پشتی آن از پره‌های ملخ به ترتیب ۷ و ۱۷ m بود. مقادیر مربوط به نیروی پیشرانش و گشتاور اعمالی بر هر پره ملخ برای دو حالت گفته شده در جدول ۳ آمده است. با توجه به نزدیک بودن نتایج به همدیگر، در این مطالعه از نیم استوانه کوچک استفاده شده است.



شکل ۶. نمایی از شبکه ایجاد شده در یک مقطع از پره و شبکه لایه مرزی



شکل ۸. مقدار نیروی پیشرانش بر حسب تعداد المان‌های مختلف



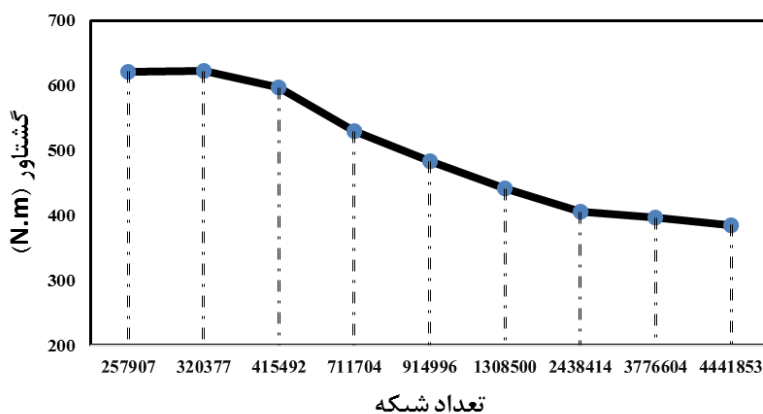
شکل ۷. کانتور  $Y^+$  روی یکی از پره‌های ملخ

همین دلیل، با تغییر اندازه شبکه روی سطح پره‌ها، اندازه المان‌ها در کل نواحی میدان حل تغییر کرده و شبکه‌های محاسباتی با تعداد المان‌های مختلف ایجاد می‌شود. از این روش برای بررسی استقلال حل از اندازه شبکه استفاده شده است. در شکل‌های ۸ و ۹ نمودار نیروی پیشرانش و گشتاور اعمالی بر پره بر حسب تعداد المان محاسباتی ایجاد شده نشان داده شده است. شکل ۸ نشان می‌دهد با افزایش تعداد المان‌ها و ریزتر شدن شبکه محاسباتی در محدوده‌ی مورد بررسی، نیروی پیشرانش پره‌های ملخ تغییر

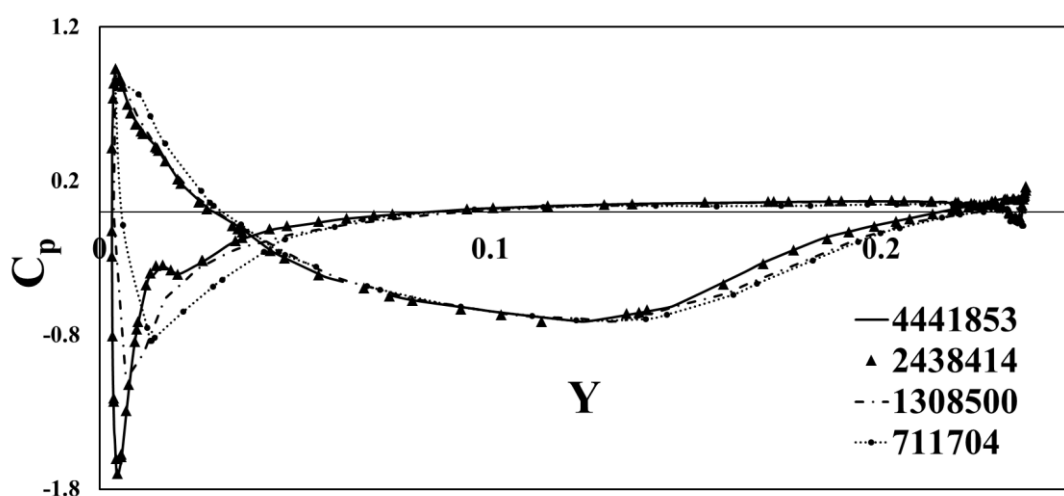
میدان حل نشان داده شده است. در شکل ۶ شبکه محاسباتی در یک مقطع ایرفویلی از پره‌ها و نمایی نزدیک از المان‌های مجاور دیواره پره در نزدیکی لبه حمله یکی از مقاطع ایرفویلی آمده است. همچنین در شکل ۷ نیز کانتور  $Y^+$  روی یکی از پره‌های ملخ نشان داده شده است.

برای ایجاد شبکه محاسباتی، ابتدا اندازه ریزترین المان‌ها روی بدنه پره‌های ملخ، مشخص شده و سپس با استفاده از نرخ رشد شبکه، اندازه شبکه در سایر نواحی میدان حل تعیین می‌شود. به

روش‌های عددی در مهندسی، سال ۴۵، شماره ۱، تابستان ۱۴۰۵



شکل ۹. مقدار گشتاور اعمالی بر پره بر حسب تعداد المان‌های مختلف



شکل ۱۰. ضریب فشار روی بدنه پره ملخ در مقطع ایرفویلی  $r/R=0.7$

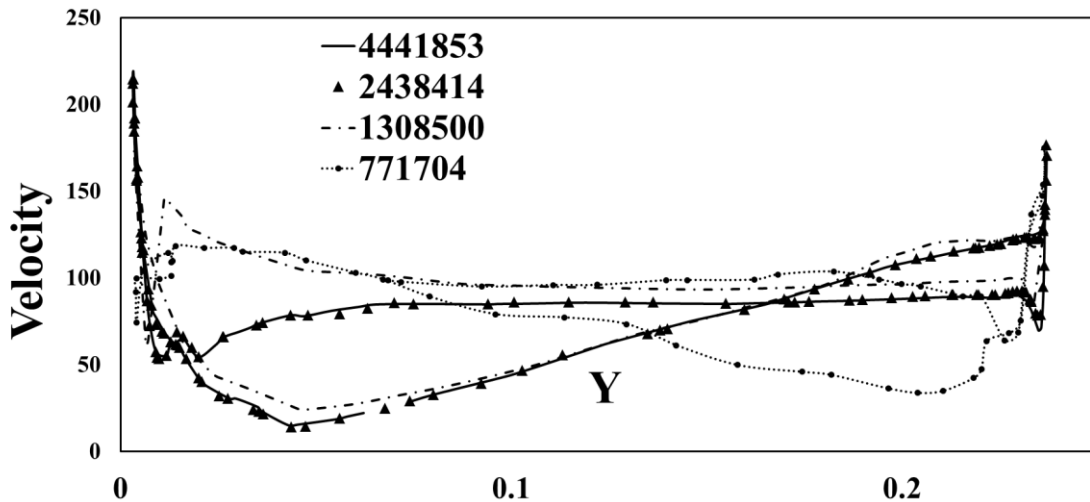
یک قایق پرنده و نتایج تجربی و عددی متناظر با آن یافت نشد. از این رو، اعتبارسنجی مدل عددی مطالعه حاضر با استفاده از جریان هوای روی ملخ یک قایق پرنده ممکن نبود. به همین جهت، در مطالعه حاضر از دو روش متفاوت برای اعتبارسنجی نتایج استفاده شده است. در گام نخست، از نتایج تجربی جریان روی یک ایرفویل و در گام بعدی، از نتایج تجربی مربوط به تست‌های آیرودینامیکی یک ملخ چهار پره با رژیم جریان مشابه بهره گرفته شد.

جریان هوای روی ملخ، جریانی تراکم‌پذیر و آشفته است. به همین دلیل، در حل جریان روی پره ملخ، هم باید اثر تراکم‌پذیری لحاظ شود و هم از یک مدل آشفتگی مناسب استفاده شود.

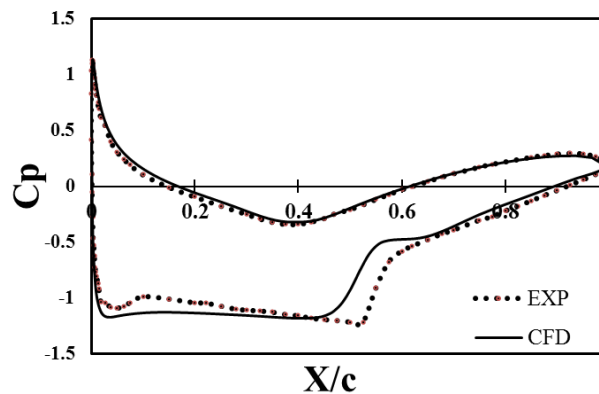
زیادی نمی‌کند. شکل ۹ نشان می‌دهد که در همین محدوده با افزایش تعداد المان‌ها، گشتاور اعمالی بر پره ملخ تغییر می‌کند. شکل‌های ۱۰ و ۱۱ نیز نمودار ضریب فشار روی پره و سرعت را در مقطع ایرفویلی  $r/R=0.7$  نشان می‌دهد. شکل‌های ۸-۱۱ نشان دهنده آن است که تقریباً در شبکه‌های با بیش از ۲۴۳۸۴۱۴ المان، نتایج تغییر زیادی نکرده و ثابت مانده است. بنابراین در ادامه این مطالعه از شبکه محاسباتی با تعداد ۲۴۳۸۴۱۴ المان و ۷۸۳۵۶۶ گره استفاده می‌شود.

### ۳-۱- صحت‌سنجی مدل عددی

به دلیل ماهیت خاص تحقیقات در زمینه شناورهای اثر سطح، در مطالعات مرور شده، اطلاعات مناسبی شامل هندسه دقیق ملخ



شکل ۱۱. سرعت در نزدیکی پره ملخ در مقطع ایرفویل  $r/R=0.7$

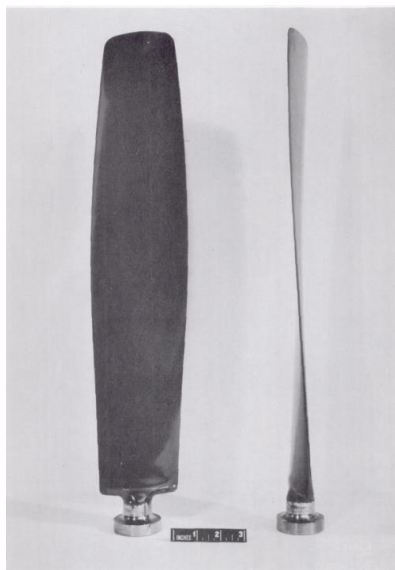


شکل ۱۲. مقایسه ضریب فشار حاصل از شبیه‌سازی عددی و نتایج تجربی

همچنین ضریب برآ و ضریب پسای حاصل از شبیه‌سازی به ترتیب برابر با ۷۵۸٪ و ۱۸۰٪ هستند که به مقادیر گزارش شده از نتایج تجربی به ترتیب ۷۴۳٪ و ۱۵۲٪ نزدیک هستند. بنابراین می‌توان با اطمینان مناسبی از مدل انتخابی در مطالعه حاضر بهره برد.

در گام بعدی اعتبارسنجی، از نتایج آزمون تجربی ملخ چهار پره‌ای NACA 4-(5)(05)-041 که توسط ناسا منتشر شده، بهره گرفته شده است (۲۷). این ملخ دارای رژیم جریان مشابه ملخ مورد بررسی در مطالعه حاضر است. در شکل ۱۳ تصویر یکی از پره‌های ملخ نشان داده شده است. در گزارش مربوطه، مشخصات مقاطع ایرفویلی مختلف پره، ارائه شده است. با استفاده از این اطلاعات، می‌توان هندسه پره ملخ را با تقریب مناسبی ایجاد کرد.

در این مطالعه، برای صحت‌سنجی شبیه‌سازی‌های عددی، از نتایج تجربی ایرفویل RAE 2822 استفاده شده است. از مدل‌های مورد استفاده در مطالعه حاضر برای شبیه‌سازی جریان روی این ایرفویل استفاده شد و نتایج شبیه‌سازی‌ها با نتایج مطالعات تجربی مقایسه شد. ایرفویل RAE 2822 یک ایرفویل گذر صوتی است که در آزمون استاندارد برای صحت‌سنجی مدل‌های آشفتگی استفاده می‌شود. برای این ایرفویل، نتایج تجربی برای عدد رینولدز  $6 \times 10^6$ ، عدد ماخ ۰.۷۲۵ و زاویه حمله ۲/۹۲ گزارش شده است (۲۶). شبیه‌سازی‌ها برای شرایط مذکور انجام شده‌اند. شکل ۱۲ ضریب فشار حاصل از شبیه‌سازی را با ضریب فشار تجربی ایرفویل یاد شده مقایسه می‌کند. همانطور که مشاهده می‌شود، مقادیر ضریب فشار همخوانی مناسبی با یکدیگر دارند.



شکل ۱۳. نمایی از پره ملخ NACA 4-(5)(05)-041 (۲۷)

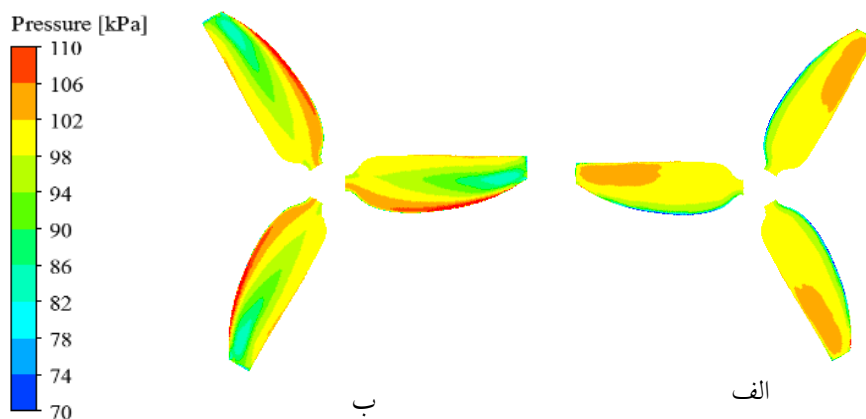
مناسب مدل عددی در شبیه‌سازی عملکرد ملخ در رژیم جریان مد نظر است.

#### ۴- نتایج

در این مطالعه ابتدا ملخ در شرایط عملکردی پایه، شبیه‌سازی شده و سپس اثر پارامترهای مختلف بر عملکرد ملخ قایق پرنده بررسی می‌شود. شرایط بررسی پایه به صورت زیر در نظر گرفته شده است:

- ارتفاع پروازی: ۵ m
  - دور ملخ: ۲۲۰۰ rpm
  - تغییر زاویه گام نسبت به هندسه اولیه: بدون تغییر
  - سرعت پیشروی: ۱۸۰ km/h
- همچنین پارامترها به صورت زیر تغییر کرده و اثر آنها بر ضریب پیشران، ضریب توان و بازده مطالعه می‌شود.
- دور ملخ: از ۲۰۰۰ تا ۲۲۰۰ rpm با گام‌های ۵۰ rpm
  - تغییر زاویه گام نسبت به هندسه اولیه: از ۲- تا ۲ درجه با گام‌های ۱ درجه
  - سرعت پیشروی: از ۱۵۰ تا ۲۱۰ km/h با گام‌های ۱۵ km/h

در این شبیه‌سازی، به دلیل وجود تقارن، تنها یک پره از چهار پره، مدل شده است. در گزارش مربوطه، بازده، ضریب پیشران و ضریب گشتاور ملخ برای عدد ماخ‌های مختلف تونل باد و ضریب پیشروی‌های مختلف گزارش شده است. عدد ماخ تونل باد بیانگر سرعت پیشروی پرنده است. با داشتن ضریب پیشروی، سرعت دورانی ملخ هم قابل محاسبه است. در مطالعه حاضر، دو حالت عملکردی مختلف به عنوان مورد اعتبارسنجی در نظر گرفته شده است. در حالت اول، عدد ماخ تونل باد ۰/۵۹ و ضریب پیشروی ۳/۶۶ بوده است. در مرجع مربوطه، بازده، ضریب پیشران و ضریب گشتاور گزارش شده برای ملخ در نقطه عملکردی اول ترتیب برابر با ۸۱، ۰/۱۷۳ و ۰/۷۹ است. برای نقطه عملکردی مذکور، مقادیر محاسبه شده بازده، ضریب پیشران و ضریب گشتاور از شبیه‌سازی عددی به ترتیب برابر با ۷۹/۵٪، ۰/۱۷۹ و ۰/۸۲۴ بود. برای حالت دوم، عدد ماخ تونل باد و ضریب پیشروی به ترتیب ۰/۶۸ و ۳/۸۳ بود. برای این نقطه عملکردی نیز، مقادیر محاسبه شده بازده، ضریب پیشران و ضریب گشتاور در مرجع مذکور به ترتیب برابر با ۷۴٪، ۰/۱۰۶ و ۰/۵۵ است. از شبیه‌سازی عددی به ترتیب مقادیر ۷۶/۷٪، ۰/۱۱۲ و ۰/۵۵۹ برای بازده، ضریب پیشران و ضریب گشتاور محاسبه شده است. مقایسه این نتایج با نتایج تجربی، بیانگر دقت

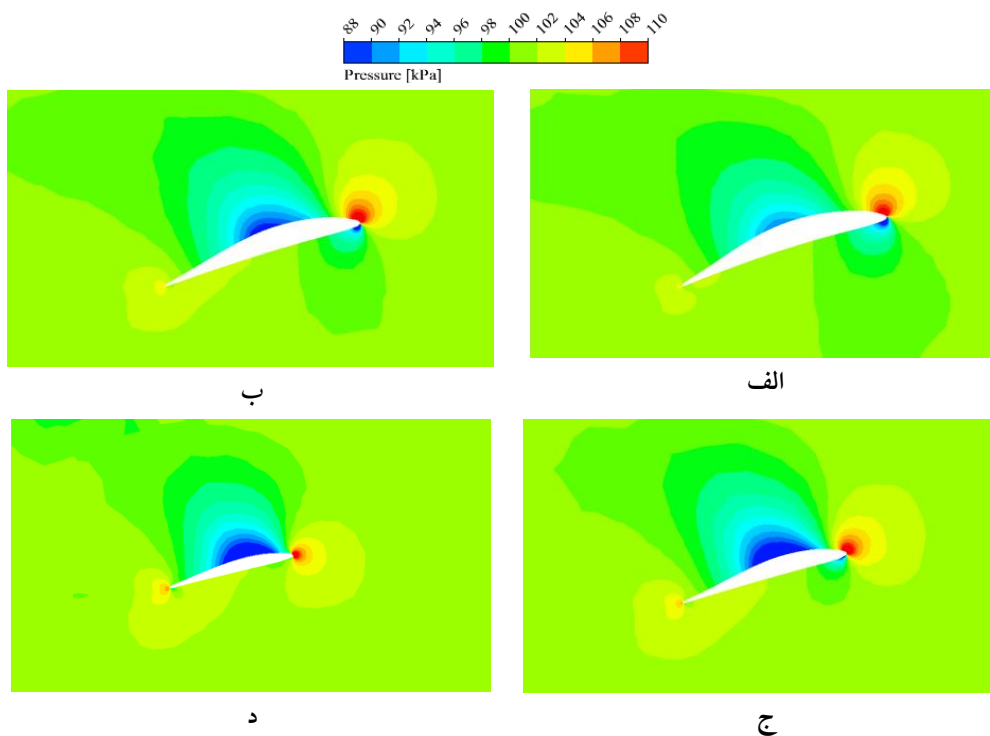


شکل ۱۴. توزیع فشار در الف- سطوح جلویی پره‌های ملخ و ب- سطوح پشتی پره‌های ملخ

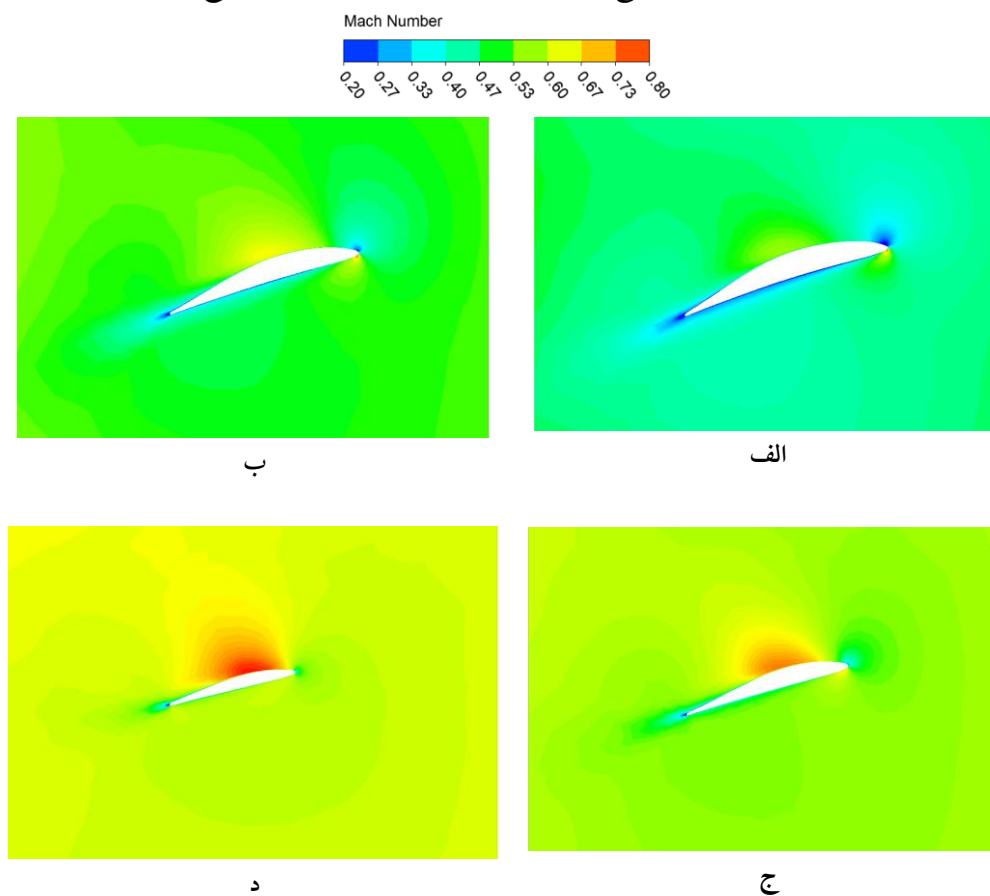
#### ۴-۱- تحلیل جریان روی ملخ در شرایط بررسی پایه

در این بخش، نتایج تحلیل با شرایط بیان شده پایه ارایه می‌شود. در ابتدا توزیع فشار روی سطح ملخ بررسی می‌شود. شکل ۱۴ توزیع فشار در سطوح جلویی و پشتی ملخ را نشان می‌دهد. طرف مکشی مقاطع ایرفویلی قسمت جلوی پره ملخ و طرف فشاری قسمت پشت پره ملخ است. کانتورهای فشار در شکل ۱۴ نشان می‌دهد. مقادیر فشار در سطوح پشتی ملخ بیش از سطوح جلویی است. روی سطوح جلوی پره، یک ناحیه کم‌فشار گسترده در ناحیه لبه فرار و نیمه خارجی پره مشاهده می‌شود (رنگ‌های آبی) و روی سطوح پشت پره، یک ناحیه پرفشار متمرکز در نزدیکی لبه حمله و در ناحیه ریشه تا میانی پره دیده می‌شود. اختلاف فشار بین دو طرف مقاطع ایرفویلی، سبب ایجاد نیروی برآ در این مقاطع و نیروی پیشرانس در ملخ می‌شود.

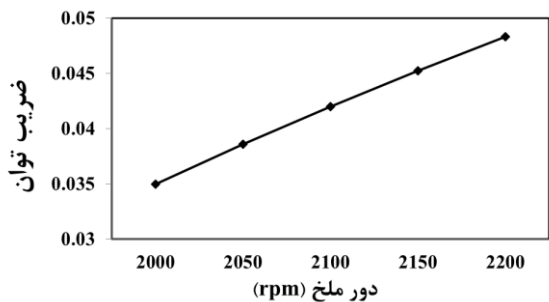
برای بررسی دقیق‌تر توزیع فشار و میدان ماخ در نواحی کلیدی پره (نیمه خارجی تا نوک)، چهار مقطع ایرفویلی با نسبت شعاع  $(r/R)$  ۰/۶، ۰/۷، ۰/۸ و ۰/۹ انتخاب شد. در شکل ۱۵ کانتورهای فشار استاتیک و در شکل ۱۶ کانتورهای عدد ماخ برای این مقاطع نشان داده شده است. جریان در این مقطع تراکم‌پذیر ( $M > 0.3$ ) بوده و بیشینه عدد ماخ موضعی نیز در سطح مکشی پره اتفاق افتاده است. با توجه به معادله ۱، برای مقطع ایرفویلی  $r/R=0.7$  به عنوان معیاری از جریان روی پره، سرعت نسبی جریان هوای برخوردی به مقطع ایرفویلی حدود  $169 \text{ m/s}$  و تقریباً معادل عدد ماخ ۰/۵ است. مطابق انتظار در سطح مکشی مقطع ایرفویلی، عدد ماخ تا حدود ۰/۷ افزایش یافته است. در تمام چهار مقطع، توزیع فشار و ماخ الگویی روان و بدون ناپیوستگی نشان می‌دهد. هیچ نشانه‌ای از جدایش جریان، که معمولاً با یک ناحیه فشار تقریباً ثابت روی سطح مکش همراه است، یا تشکیل شوک (شیب ناگهانی در ماخ یا فشار) دیده نمی‌شود. این رفتار تأیید می‌کند که حالت پایه در شرایط آیرودینامیکی مطلوب و پایدار قرار دارد و به عنوان مرجعی مناسب برای مطالعات پارامتری بعدی یعنی اثر زاویه گام، دور و سرعت پیشروی قابل استفاده است. این کانتورها نشان می‌دهد با افزایش شعاع مقطع ایرفویلی ناحیه کم‌فشار روی سطح مکش عمیق‌تر و گسترده‌تر می‌شود و عدد ماخ بیشینه روی این سطح افزایش می‌یابد که نشان‌دهنده شتاب بیشتر جریان روی سطح مکش است. در مقطع  $r/R=0.9$  (بسیار نزدیک به نوک پره)، حداکثر عدد ماخ موضعی جریان به حدود ۰/۸ می‌رسد که هنوز در محدوده زیرصوت مؤثر قرار دارد و اثرات تراکم‌پذیری شدید یا شوک مشاهده نمی‌شود. ناحیه کم‌فشار روی سطح مکش در این مقطع بیشترین عمق و گستردگی را دارد، در حالی که ناحیه پرفشار روی سطح فشار همچنان متمرکز بر ناحیه لبه حمله باقی می‌ماند. این مشاهدات نشان می‌دهد که سهم تولید نیروی پیشرانس در مقاطع نزدیک به نوک به طور قابل توجهی بیشتر از مقاطع داخلی است.



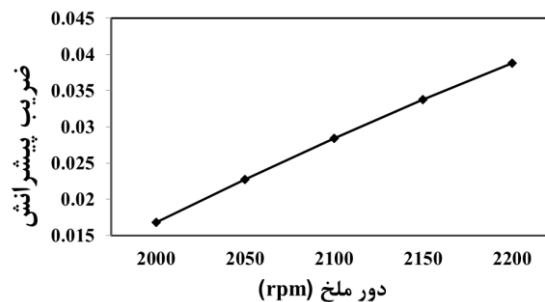
شکل ۱۵. کانتورهای فشار در مقاطع ایرفویلی  $r/R$  برابر با الف: ۰/۶، ب: ۰/۷، ج: ۰/۸ و د: ۰/۹



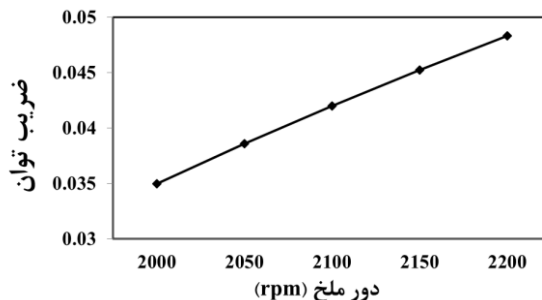
شکل ۱۶. کانتورهای عدد ماخ در مقاطع ایرفویلی  $r/R$  برابر با الف: ۰/۶، ب: ۰/۷، ج: ۰/۸ و د: ۰/۹



شکل ۱۸. اثر تغییر دور پره‌ها بر ضریب توان ملخ



شکل ۱۷. اثر تغییر دور پره‌ها بر ضریب پیشران ملخ



شکل ۱۹. اثر تغییر دور پره‌ها بر بازده ملخ

به سرعت زاویه‌ای پره‌ها نشان داده شده است. همان طور که مشخص است با افزایش سرعت زاویه‌ای ملخ، نیروی پیشران و گشتاور اعمالی بر پره افزایش یافته است. به بیان کمی در سرعت زاویه‌ای ملخ ۲۲۰۰ rpm، ضریب پیشران و ضریب توان به ترتیب حدود ۱۸٪ درصد و ۶۷٪ درصد بیش از دور ۲۰۰۰ rpm بوده است.

با توجه به آن چه در شکل ۱ نشان داده شده است و طبق معادله ۲ و ۳، در یک زاویه گام ثابت، با افزایش سرعت زاویه‌ای ملخ، زاویه جریان کاهش و زاویه حمله افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش سرعت نسبی جریان هوای روی پره‌ها، عدد رینولدز افزایش یافته است. مجموع اثر این تغییرات باعث افزایش نیروی پیشران و گشتاور اعمالی بر پره ملخ شده است. همچنین شکل ۱۹ نشان می‌دهد، تاثیر افزایش سرعت زاویه‌ای ملخ بر افزایش ضریب پیشران بیشتر از ضریب توان بوده و موجب افزایش بازده ملخ تا حدود ۵۲٪ درصد شده است. با توجه به نتایج مذکور می‌توان به این نتیجه رسید که در محدوده مورد بررسی، در مقاطع ایرفویلی پره‌های ملخ، پدیده استال ایجاد نشده و افزایش سرعت زاویه‌ای ملخ منجر به خروج از محدوده عملکردی مناسب پره‌ها

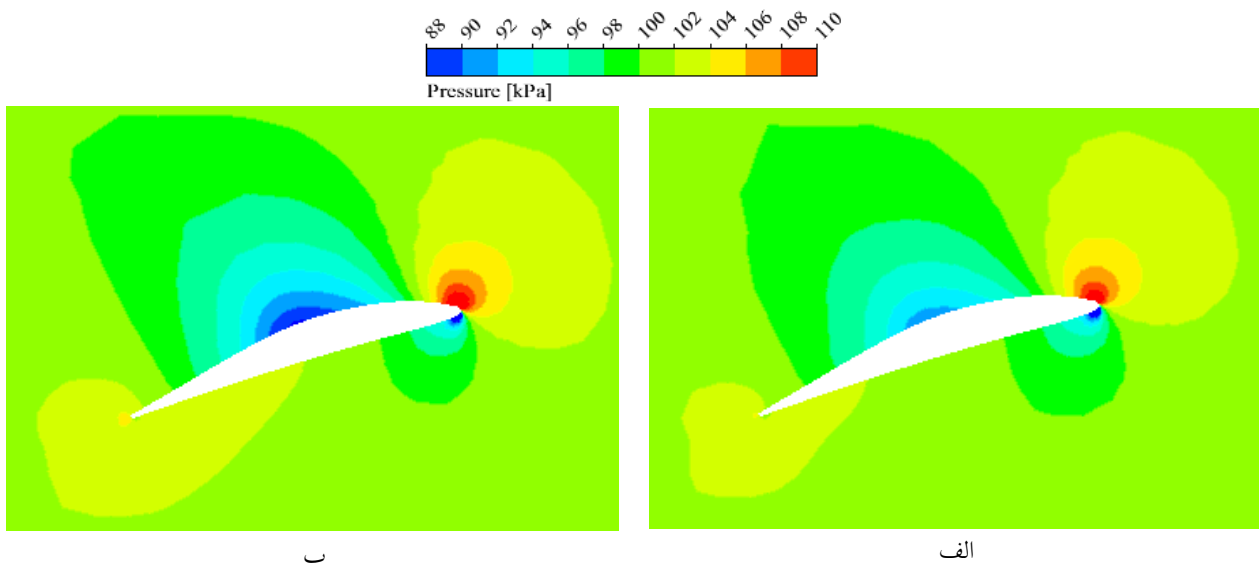
#### ۲-۴- بررسی اثر پارامترهای مختلف بر عملکرد ملخ

در این بخش، اثرهای پارامترهای سرعت زاویه‌ای، زاویه گام و سرعت پیشروی بر عملکرد ملخ گزارش می‌شود. همان طور که معادلات ۸ و ۹ نشان می‌دهد، نیروی پیشران و گشتاور اعمالی بر پره‌های ملخ به ضرایب برآ و پسای مقاطع ملخ وابسته است. هر سه پارامتر سرعت زاویه‌ای ملخ، زاویه گام و سرعت پیشروی منجر به تغییر زاویه حمله جریان روی پره‌های ملخ می‌شود. همچنین تغییر سرعت زاویه‌ای ملخ و سرعت پیشروی منجر به تغییر عدد رینولدز می‌شود. تغییر زاویه حمله و عدد رینولدز مقاطع ایرفویلی هم منجر به تغییر ضرایب برآ و پسای آن‌ها و در نتیجه تغییر نیروی پیشران و گشتاور اعمالی بر پره ملخ می‌شود. در این بخش برای تحلیل اثر هر یک از پارامترهای فوق بر نیروی پیشران و گشتاور اعمالی بر پره ملخ، این روند، مد نظر بود.

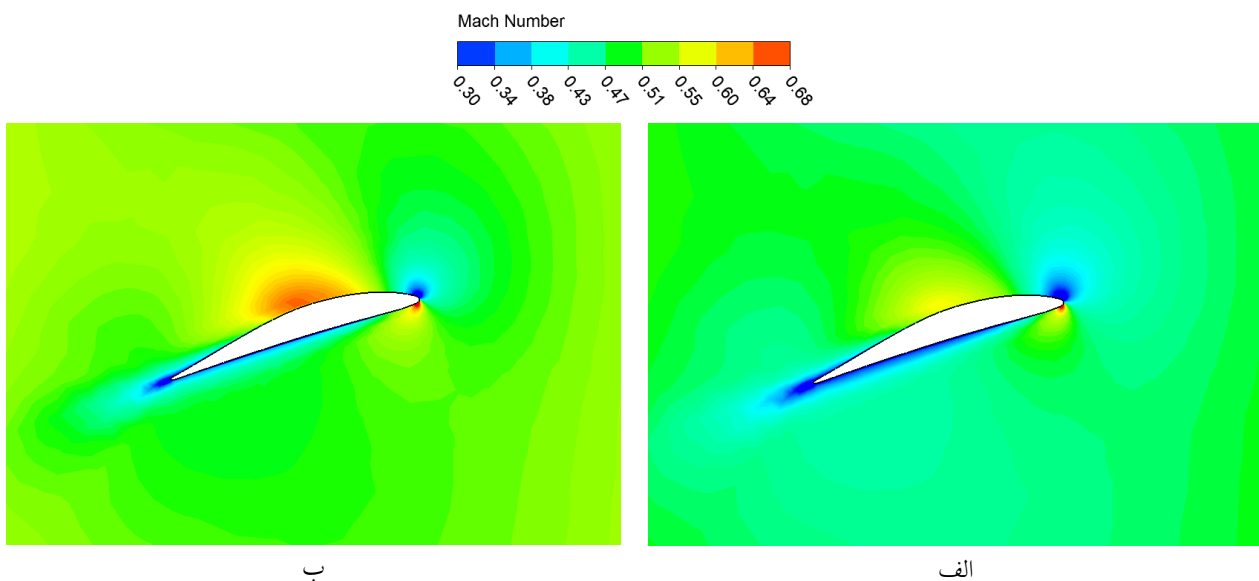
#### ۲-۴-۱- بررسی اثرات تغییر سرعت زاویه‌ای بر عملکرد ملخ

در این قسمت، شبیه‌سازی برای سرعت زاویه‌های ۲۰۰۰ تا ۲۲۰۰ rpm و با گام‌های ۵° انجام شده است. در شکل‌های ۱۷ و ۱۸ به ترتیب وابستگی ضریب پیشران و ضریب توان ملخ

روش‌های عددی در مهندسی، سال ۴۵، شماره ۱، تابستان ۱۴۰۵



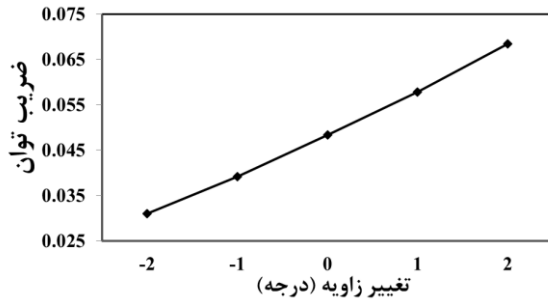
شکل ۲۰. کانتورهای توزیع فشار روی مقطع  $r/R=0.7$  برای سرعت دورانی الف: ۲۰۰۰ rpm، ب: ۲۲۰۰ rpm



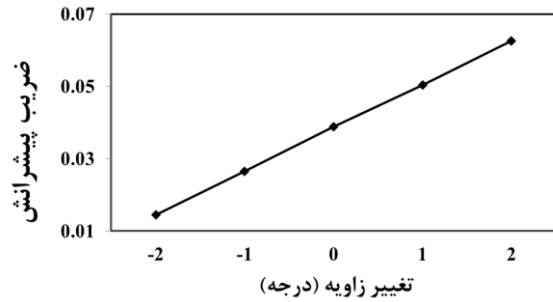
شکل ۲۱. کانتورهای عدد ماخ روی مقطع  $r/R=0.7$  برای سرعت دورانی الف: ۲۰۰۰ rpm، ب: ۲۲۰۰ rpm

ایرفویل (سطح فشاری) نیز افزایش نسبی نشان می‌دهد. به طوری که در دور ۲۰۰۰ rpm و ۲۲۰۰ rpm، تفاضل بین فشار بیشینه و کمینه در این مقطع به ترتیب ۴۶ و ۴۸/۶ kPa بوده است. در نتیجه اختلاف فشار بین دو سطح بالا و پایین ایرفویل و در نتیجه نیروی برآ مقطع ایرفویلی و به تبع نیروی پیشرانس ملخ افزایش یافته است. کانتورهای عدد ماخ که در شکل ۲۱ آمده است هم نتایج

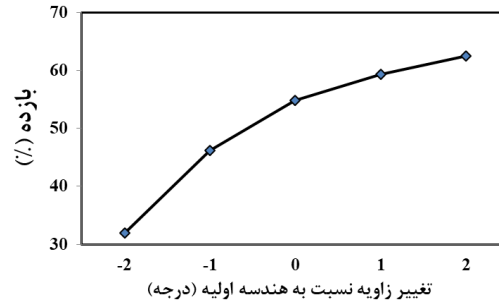
نشده است. در شکل ۲۰ کانتورهای فشار مقطع  $r/R=0.7$  برای بیشترین و کمترین سرعت دورانی بررسی شده، نشان داده شده است. همانگونه که در این شکل دیده می‌شود، با افزایش سرعت دورانی، همزمان با کاهش فشار در سطح بالایی ایرفویل (سطح مکشی)، ناحیه کم فشار به بخش بزرگ‌تری از سطح مکشی گسترش یافته است. همچنین فشار بیشینه روی سطح پایینی



شکل ۲۳. اثرات تغییر زاویه گام بر ضریب توان ملخ



شکل ۲۲. اثرات تغییر زاویه گام بر ضریب پیشران ملخ



شکل ۲۴. اثرات تغییر زاویه گام بر بازده ملخ

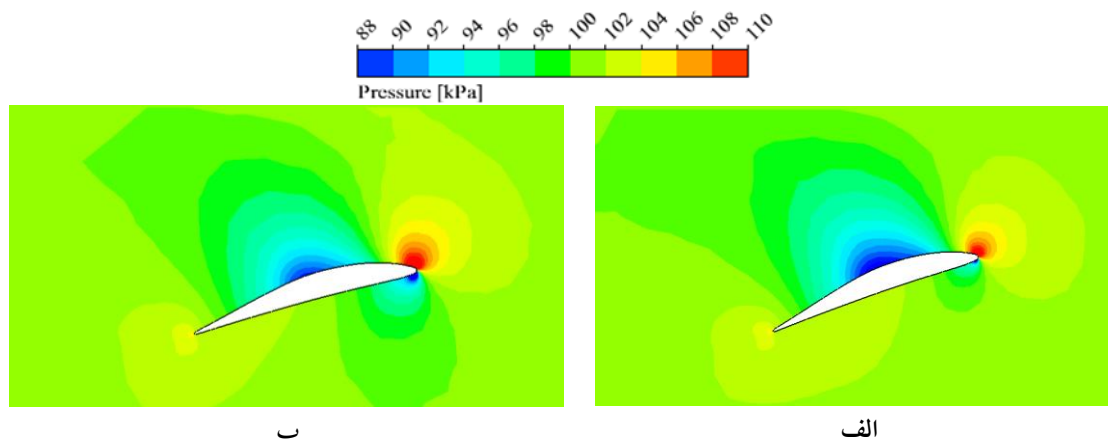
نتیجه زاویه جریان روی مقاطع ایرفویلی تغییر نکند، افزایش زاویه گام ملخ موجب افزایش نیروی پیشران و گشتاور وارد بر پره‌ها می‌شود. در محدوده مورد بررسی در این مطالعه، دو درجه کاهش زاویه گام، موجب کاهش ضریب پیشران، ضریب توان و بازده ملخ تا ۶۳، ۳۶ و ۴۳ درصد شده است. همچنین دو درجه افزایش زاویه گام موجب افزایش ۶۱، ۴۲ و ۱۴ درصدی در پارامترهای مذکور شده است. دلیل این رفتار آن است که مطابق معادله ۳ و شکل ۱، در یک زاویه جریان ثابت با افزایش زاویه گام، زاویه حمله، ضرایب برآ و پسای مقاطع ایرفویلی و به تبع آن نیروی پیشران و گشتاور اعمالی بر پره ملخ افزایش می‌یابد. البته نتایج به دست آمده بیانگر آن است که افزایش زاویه حمله در مقاطع ملخ مورد بررسی منجر به غلبه استال نشده است و تنها منجر به افزایش ضریب برآ و پسا و نسبت برآ به پسای آن‌ها و در نتیجه افزایش بازده ملخ مقاطع شده است (شکل ۲۱).

در شکل ۲۵ کانتورهای فشار استاتیک روی سطح پره برای تغییرات زاویه گام ۲ منفی دو و دو درجه با یکدیگر مقایسه شده است. با افزایش زاویه گام، ناحیه کم‌فشار روی سطح مکشی، گسترده‌تر شده است و بخش بزرگ‌تری از سطح پره را در

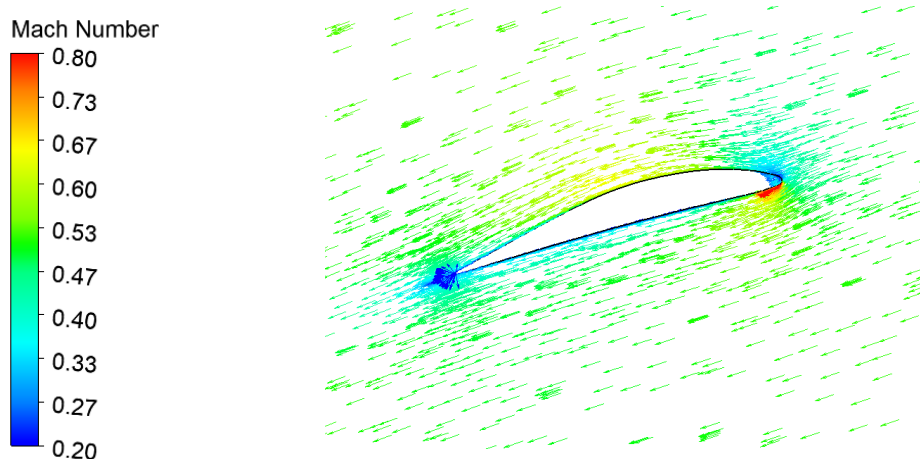
ذکر شده را تایید می‌کند. همانطور که در شکل ۲۱-ب نشان داده شده است، با افزایش دور ملخ تا ۲۲۰۰ rpm، متناظر با کاهش فشار، ناحیه با عدد ماخ بالا (بیش از ۰/۴)، روی سطح مکشی به طور قابل توجهی بزرگ‌تر می‌شود و به سمت ریشه پره گسترش می‌یابد. همچنین باید توجه داشت که در این محدوده ماخ، اثر تراکم‌پذیری هنوز چشمگیر نیست و تشکیل شوک رخ نمی‌دهد. بنابراین افزایش نیروی پیشران به دلیل افزایش سرعت دورانی، تا این محدوده به صورت یکنواخت و پایدار ادامه می‌یابد. این مشاهده با نتایج عددی ضریب پیشران همخوانی کامل دارد.

#### ۲-۲-۴- بررسی اثرات تغییر زاویه گام بر عملکرد ملخ

در این قسمت، اثرات تغییر زاویه گام بر عملکرد ملخ بررسی شده است. در این مطالعه با دوران پره ملخ، زاویه گام ملخ به ترتیب منفی دو، منفی یک، یک و دو درجه تغییر کرد. در شکل‌های ۲۲ تا ۲۴ به ترتیب اثر زاویه گام بر ضریب پیشران، ضریب توان و بازده ملخ مشخص شده است. همان‌گونه که مشاهده می‌شود، در شرایطی که سرعت جریان عبوری از ملخ ثابت باشد؛ یعنی زمانی که سرعت پیشروی، سرعت دورانی و در



شکل ۲۵. کانتورهای توزیع فشار روی مقطع  $r/R=0.7$  برای تغییرات زاویه گام الف: ۲ درجه، ب: ۲- درجه



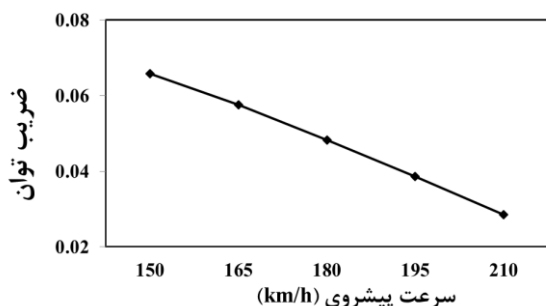
شکل ۲۶. بردارهای سرعت روی مقطع  $r/R=0.7$  برای تغییرات زاویه گام ۲ درجه

مجاورت سطح مشاهده نمی‌شود و بردارها همچنان کاملاً چسبیده به سطح و موازی با آن است. این مشاهدات نشان می‌دهد که در محدوده مورد بررسی در این مطالعه، جریان روی پره به زاویه استال نرسیده و جدایش رخ نداده است. در نتیجه افزایش نیروی پیشرانش و بازده با افزایش زاویه گام ناشی از بهبود عملکرد آیرودینامیکی مقاطع ایرفویلی است و ارتباطی به اثرات ناپایدار استال ندارد.

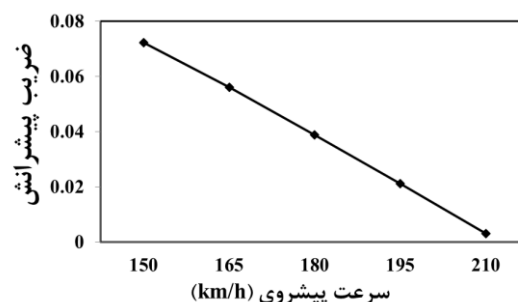
نتایج مطالعه حاضر نشان می‌دهد که افزایش یا کاهش زاویه گام ملخ حتی به اندازه یک درجه نیز تاثیر قابل توجهی بر عملکرد ملخ دارد. به همین دلیل، رعایت دقت در نصب و راه‌اندازی ملخ بسیار ضروری است.

برگرفته است. در مقابل، ناحیه پرفشار روی سطح فشاری، عمدتاً در ناحیه محدود نزدیک لبه حمله متمرکز می‌ماند و با افزایش زاویه گام گسترش قابل توجهی نشان نمی‌دهد. این مشاهدات حاکی از آن هستند که در محدوده زوایای گام مورد بررسی، مکانیزم اصلی افزایش نیروی پیشرانش، گسترش سطح مؤثر تولید برآ روی سطح مکشی مقاطع ایرفویلی است.

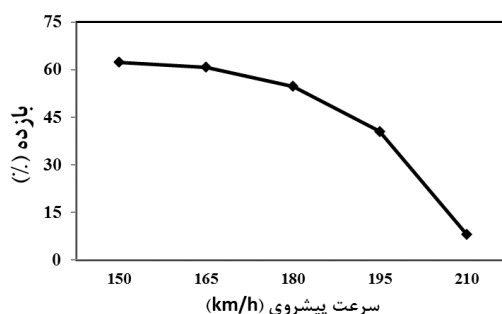
همچنین در شکل ۲۶، بردارهای سرعت برای زاویه گام با بیشترین احتمال استال در مقاطع ایرفویلی یعنی زاویه گام با افزایش دو درجه نشان داده شده است. در این زاویه گام، بردارهای سرعت جهت یکنواخت و روانی از لبه حمله به سمت لبه فرار دارند. هیچ نشانه‌ای از برگشت جریان (بردارهایی به سمت لبه حمله)، توقف ناگهانی سرعت، یا گردابه‌های بزرگ در



شکل ۲۸. اثرات تغییر سرعت پیشروی بر ضریب توان ملخ



شکل ۲۷. اثرات تغییر سرعت پیشروی بر ضریب پیشرانندگی ملخ

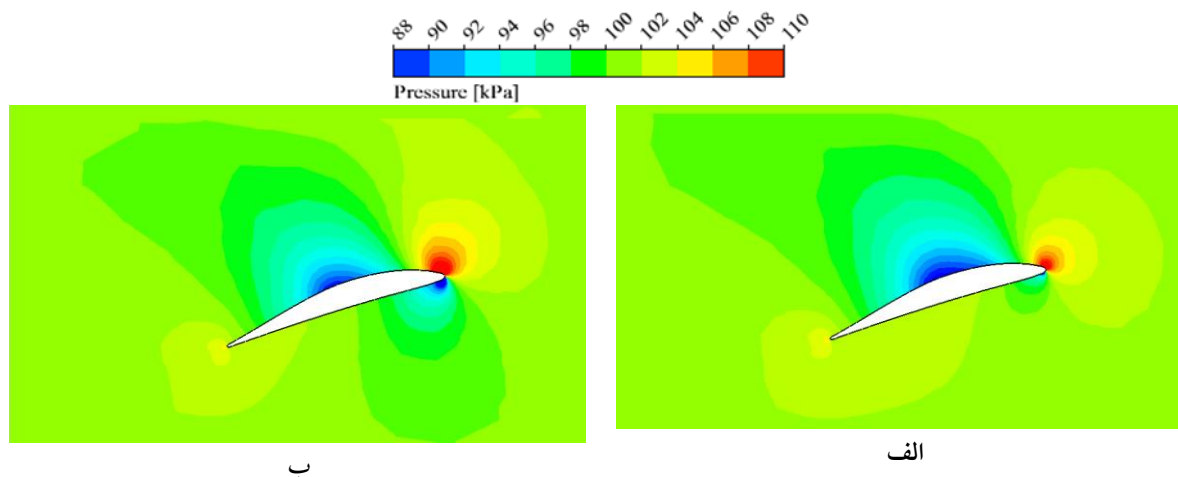


شکل ۲۹. اثرات تغییر سرعت پیشروی بر بازده ملخ

ضرایب برآ و پسا و نسبت برآ به پسای مقاطع ملخ و در نتیجه افزایش نیروی پیشرانندگی، گشتاور اعمالی و بازده شود. اما در محدوده مورد مطالعه در کار حاضر، اثرات تغییر زاویه حمله (در کاهش پارامترهای مذکور) بر اثر تغییر عدد رینولدز (در افزایش این پارامترها) غالب است. به بیان کمی، در سرعت پیشروی  $210 \text{ km/h}$ ، ضریب پیشرانندگی، ضریب توان و بازده ملخ به ترتیب برابر با ۵، ۴۳ و ۱۳ درصد مقادیر مربوطه در سرعت پیشروی از  $150 \text{ km/h}$  است. این امر نشان‌دهنده آن است که در افزایش سرعت پیشروی، کاهش نیروی پیشرانندگی شدیدتر از کاهش گشتاور اعمالی (یا به عبارت دیگر توان ملخ) است. با توجه به رابطه بازده  $(\eta = TV/P)$ ، این روند باعث شده که در سرعت‌های پیشروی بالاتر، شیب تغییرات بازده افزایش یابد.

در شکل ۳۰ کانتورهای فشار استاتیکی روی سطح مکشی پره در دو سرعت پیشروی  $150 \text{ m/s}$  (پایین) و  $210 \text{ m/s}$  (بالا) مقایسه شده است. در سرعت پایین، ناحیه کم‌فشار گسترده و عمیقی روی سطح مکش دیده می‌شود. با افزایش سرعت پیشروی به

۴-۲-۳- بررسی اثرات تغییر سرعت پیشروی بر عملکرد ملخ در این بخش نیز برای تعیین تاثیر سرعت پیشروی بر عملکرد ملخ، ضریب پیشرانندگی و ضریب توان آن برای سرعت‌های پیشروی  $150$ ،  $165$ ،  $180$ ،  $195$  و  $210 \text{ km/h}$  بیان می‌شود. همانطور که از شکل‌های ۲۷ تا ۲۹ مشخص است با افزایش سرعت پیشروی، هر دو پارامتر ضریب پیشرانندگی و ضریب توان ملخ کاهش می‌یابد. مطابق رابطه ۲ با افزایش سرعت پیشروی، زاویه جریان افزایش می‌یابد. همچنین مطابق رابطه ۳ در یک زاویه گام ثابت، با افزایش زاویه جریان، زاویه حمله کاهش می‌یابد. با استفاده از رابطه ۲ می‌توان نشان داد که زاویه جریان در این مطالعه از  $42/93$  درجه تا  $52/48$  یعنی حدود  $9/5$  درجه تغییر کرده است. این تغییر در محدوده عملکردی حساس ملخ بسیار حائز اهمیت است و موجب کاهش نیروی پیشرانندگی، گشتاور اعمالی و بازده ملخ می‌شود. البته با افزایش سرعت پیشروی، عدد رینولدز جریان هوای روی ملخ افزایش یافته است. مطابق قاعده، افزایش عدد رینولدز جریان می‌تواند باعث افزایش



شکل ۳۰. کانتورهای توزیع فشار روی مقطع  $r/R=0.7$  برای سرعت پیشروی الف:  $150 \text{ m/s}$ ، ب:  $210 \text{ m/s}$

است. همچنین افزایش سرعت پیشروی، اثر معکوسی بر پارامترهای مذکور داشته است.

این نتایج علاوه بر توصیف کیفی وابستگی عملکرد ملخ به این پارامترها، تاثیر هر یک از آنها را به صورت کمی نشان داده است و بیانگر آن است که تغییرات کوچک در پارامترهای عملکردی ملخ مانند یک درجه زاویه گام منجر به تغییرات زیادی در بازده ملخ می‌شود. علاوه بر این، با تحلیل فیزیکی جریان روی مقاطع ایرفویلی، رژیم کاری ملخ مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد که در محدوده شرایط عملیاتی مطالعه شده، پدیده استال در هیچ‌یک از مقاطع ایرفویلی رخ نمی‌دهد. در نتیجه، ملخ وارد ناحیه عملکردی ناپایدار نشده و امکان گسترش محدوده کاری آن فراهم می‌شود. بر این اساس، می‌توان مقادیر بیشتری از سرعت دورانی، سرعت پیشروی و زاویه گام را نیز بدون ورود به ناحیه استال در نظر گرفت.

$210 \text{ m/s}$ ، این ناحیه به طور محسوسی کوچک‌تر و کم‌عمق‌تر می‌شود که دلیل مستقیم کاهش شدید نیروی پیشرانش است.

## ۵- نتیجه‌گیری

در این مطالعه، مدل عددی مناسبی برای شبیه‌سازی جریان اطراف ملخ یک قایق پرنده خاص، اعتبارسنجی شده است. با توجه به اهمیت پارامترهای کاری مختلف قایق پرنده بر عملکرد ملخ، از این مدل برای بررسی تاثیر این پارامترها بر نیروی پیشرانش و گشتاور اعمالی بر پره ملخ استفاده شده است. همچنین، برای توصیف فیزیکی عملکرد ملخ در شرایط کاری مختلف، اثر تغییر هر یک از این پارامترها بر ضرایب برآ و پسای مقاطع ایرفویلی ملخ بررسی شده است.

در محدوده بررسی شده، با افزایش سرعت دورانی و زاویه گام ملخ، نیروی پیشرانش، گشتاور و بازده ملخ افزایش یافته

## واژه‌نامه

- |                            |                           |                 |
|----------------------------|---------------------------|-----------------|
| 1. Wing in ground effect   | 2. winglet                | 3. Chord        |
| 4. Menter                  | 5. blending function      | 6. Sliding Mesh |
| 7. Moving Reference Frame  | 8. The Total Energy Model | 9. opening      |
| 10. General Grid Interface |                           |                 |

1. Sadegizadeh M. Flying Boats Design: Malek Ashtar University of Technology; 2004.
2. Ahmed M.R., Sharma S. An investigation on the aerodynamics of a symmetrical airfoil in ground effect. *Experimental Thermal and Fluid Science*. 2005; 29(6): 633–647.  
<https://doi.org/10.1016/j.expthermflusci.2004.09.001>
3. Jung K.H., Chun H.H., Kim H.J. Experimental investigation of wing-in-ground effect with a NACA6409 section. *Journal of marine science and technology*. 2008;13(4):317–27.  
<https://doi.org/10.1007/s00773-008-0015-4>.
4. Qu Q., Lu Z., Liu P., Agarwal R.K. Numerical study of aerodynamics of a wing-in-ground-effect craft. *Journal of Aircraft*. 2014; 51(3): 913–924.  
<http://dx.doi.org/10.2514/1.C032531>.
5. Lee T., Lin G. Review of experimental investigations of wings in ground effect at low Reynolds numbers. *Frontiers in Aerospace Engineering*. 2022; 1: 975158. <https://doi.org/10.3389/fpace.2022.975158>.
6. Afshar H., Alishahi M. A study of winglet and aerodynamic interferences in 3-D viscous flow around a flying-boat in ground effect. *Journal of applied sciences*. 2009; 9(20): 3752–3577.  
<https://doi.org/10.3923/jas.2009.3752.3757>.
7. Raymond A.E. Ground influence on airfoils. NACA Technical Note 67, 1921.
8. Sanchez-Cuevas P., Heredia G., Ollero A. Characterization of the aerodynamic ground effect and its influence in multicopter control. *International Journal of Aerospace Engineering*. 2017; 2017(1): 1823056. <https://doi.org/10.1155/2017/1823056>.
9. He X., Leang K.K. Quasi-steady in-ground-effect model for single and multicopter aerial vehicles. *AIAA Journal*. 2020; 58(12): 5318–5331.  
<https://doi.org/10.2514/1.J059223>.
10. Georgiev G., Serbezov V., Todorov M., Experimental study of multicopter propeller performance near ground at different inclination angles. AIP Conference Proceedings; 2022 AIP Publishing LLC: <https://doi.org/10.1063/5.0106920>.
11. Cai J., Gunasekaran S., Effect of partial ground and partial ceiling on propeller performance. *Journal of Aircraft*. 2023; 60(3): 648–661.  
<https://doi.org/10.2514/1.C036974>.
12. Cai J., Gunasekaran S., Ahmed A. Changes in propeller performance due to ground proximity. AIAA scitech 2019 forum; 2019.  
<https://doi.org/10.2514/6.2019-1097>
13. Garofano-Soldado A., Sanchez-Cuevas P.J., Heredia G., Ollero A. Numerical-experimental evaluation and modelling of aerodynamic ground effect for small-scale tilted propellers at low Reynolds numbers. *Aerospace Science and Technology*. 2022; 126: 107625. <https://doi.org/10.1016/j.ast.2022.107625>.
14. Liu Y., Li D., Zhao S., Xiang J., Lu Y. Aerodynamic analysis of a small-scale propeller under ground-sidewall coupling interference. *Aerospace Science and Technology*. 2026; 170: 111541.  
<https://doi.org/10.1016/j.ast.2025.111541>.
15. Dombrowschi M., Badea G.P., Frigioescu T.F., Căldăraru M., Crunțeanu D.E. Ground Effect Influence on UAV Propeller Thrust: *Experimental and CFD Validation. Technologies*. 2025; 13(12): 542. <https://doi.org/10.3390/technologies13120542>.
16. Afshar H., Alishahi M. Study of Propeller Installment Angle and its 3-D Aerodynamic Interferences With a Flying-Boat Empuennage in Ground Effects. *Sharif Journal of Civil Engineering*. 2008; 24(42): 89–94.  
[https://sjce.journals.sharif.edu/article\\_83.html](https://sjce.journals.sharif.edu/article_83.html)
17. Afshar H., Keshvari M.A. 3D Numerical Simulation of Propeller and its Aerodynamic Interference Effects on Tail of a Flying Boat. *Journal of Applied Sciences*. 2015;15(4): 644–653.  
<https://doi.org/10.3923/jas.2015.644.653>.
18. Chun H., Kim M. Analysis of Propeller-WIG Interaction and Performance in Potential Flow. *Journal of the Society of Naval Architects of Korea*. 2001; 38(4): 11–22.  
<https://doi.org/10.3744/SNAK.2026.63.2.60>
19. Kamali J.S.S., Dehghan, M. Three-dimensional investigation of the flow over a propeller of an aircraft and comparison with experimental results and design of a duct fan for it in order to investigate its effect on propeller thrust. 10th Iranian Aerospace Society Conference,; Tehran2010.  
<https://civilica.com/doc/134336/>
20. Azizi M. Optimal propeller design for a flying boat. Sixth National Conference on Mechanical and Aerospace Engineering; Tehran2021.  
<https://civilica.com/doc/1299248>.
21. Lowry J. L. Performance of Light Aircraft, American Institute of Aeronautics and Astronautics; 1999.
22. Epps B., Chalfant J., Kimball R., Techet A., Flood K., Chryssostomidis C. OpenProp: An open-source parametric design and analysis tool for propellers. Proceedings of the 2009 grand challenges in modeling & simulation conference; 2009.  
<https://doi.org/10.5555/2349462.2349476>
23. Anderson J. Fundamentals of Aerodynamics, New York: McGraw hill; 2011.
24. ANSYS. ANSYS 13.0 CFX Theory Guide. USA: ANSYS Inc; 2010 .
25. Menter F.R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications. *AIAA journal*. 1994; 32(8): 1598–1605.  
<https://doi.org/10.2514/3.12149>.

26. Experimental Data Base For Computer Program Assessment. Advisory Group For Aerospace Research And Development 1979.
27. Reynolds R.M., Buell D.A., Walker J.H. Investigation of an NACA 4-(5)(05)-041 Four-blade Propeller with Several Spinners at Mach Numbers up to 0.90. 1952.  
<https://ntrs.nasa.gov/citations/19930087796>.