

## کنترل تعقیب یک سیستم غیرخطی MIMO نامعین با استفاده از سطوح لغزشی بهبودیافته به منظور مانورهای چرخشی با زاویه وضعیت بزرگ ماهواره بر روی مدار

مهرداد جعفربلند<sup>۱</sup>، حمید رضا مؤمنی<sup>۲</sup> و ناصر ساداتی<sup>۳</sup>\*

دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی مالک اشتر

گروه برق، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

دانشکده مهندسی برق، دانشگاه صنعتی شریف

(دریافت مقاله ۸۰/۹/۳ - دریافت نسخه نهایی ۸۱/۱۰/۳۰)

**چکیده** - طراحی یک کنترل کننده تعقیب مقاوم برای یک سیستم غیرخطی چند ورودی - چند خروجی که عدم قطعیت دارد از پیچیده ترین مسائل کنترل است. در این مقاله برای نیل به این هدف روش کنترل مد لغزشی، توسعه داده می شود. در این راستا قانون کنترل به نحوی اصلاح می شود که علاوه بر افزایش یافتن دقت تعقیب در داخل لایه مرزی، سرعت همگرایی در خارج لایه مرزی نیز بیشتر می شود. به این طریق کنترل تعقیب مقاومی طراحی می شود که قادر است برای مانورهای چرخشی بزرگ و دلخواه (۱۸۰ درجه) وضعیت ماهواره را حفظ کند. در انتها نتایج آزمون این روش با نتایج حاصل از روش آقایان علم علی و السگاک مقایسه و مشاهده می شود علی رغم کاهش دامنه سیگنالهای ورودی کنترل کننده، دقت تعقیب چند ده بار بیشتر است.

واژگان کلیدی: کنترل وضعیت ماهواره<sup>۱</sup>، کنترل مد لغزشی<sup>۲</sup>، سیستم غیر خطی، خطی ساز ورودی، خروجی<sup>۳</sup>

## Tracking Control of Uncertain Non-linear MIMO System Using Modified Sliding Surfaces for Attitude Large Maneuver of Satellites on Orbit

M. Jafarboland, H. R. Momeni and N. Sadati

Department of Electrical Engineering, Malek-Ashtar University of Technology

Department of Electrical Engineering, Tarbiat Modares University

Department of Electrical Engineering, Sharif University of Technology

**Abstract:** Designing a robust tracking control for a non-linear MIMO system with uncertainty is one of the most complicated control problems. In this paper, sliding mode changed to non-linear controllable canonical form by input-output linearization. This, sliding surfaces can be defined in a way that we can de-couple equations and indicate the sliding conditions of multi-variable controller system. The uncertain parameters will be estimated properly and the input equation improved to apply the restricted input condition. The control law will be improved in a way that in addition to increasing the tracking accuracy inside the boundary layer, the speed of convergence will increase outside of the boundary layer. In order to satisfy the balance of the filter, the thickness of the adaptive boundary layer is used. Thus, a robust tracking control is designed which can trace the angle

\*\*دانشیار

\*استادیار

of attitude of satellite for maneuvers with a very large angle (180 deg.) on a piece-wise smooth path. Finally, the simulation results are compared with Elmali & Olgac's methods and it is shown that despite decreasing control signals, the tracking accuracy increases by several ten times.

**Keywords:** Attitude, Control, Sliding-mode control, Non-linear System, Input-Output Linearization

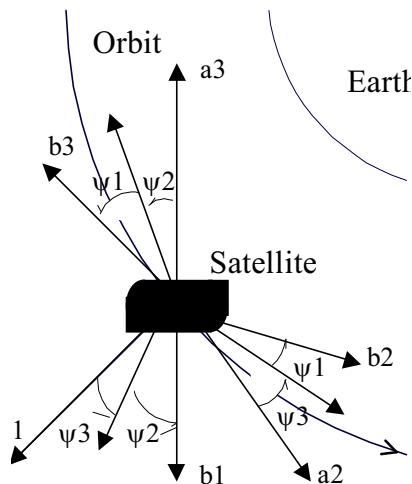
## ۱- مقدمه

جهان امروز بخش عمده‌ای از خدمات و فناوری خود را مرهون ماهواره‌های تجاری، مخابراتی، نظامی و پژوهشی است. به منظور ارائه این خدمات، بایستی ماهواره‌ها وضعیت خود را علی‌رغم اغتشاش‌های خارجی و نامعینی در پارامترهایشان بر روی مدار تثبیت کرده و سمت‌گیری دقیقی داشته باشند. برای این منظور ماهواره‌ها نیازمند کنترل‌کننده‌های مقاومی‌اند که دینامیک غیرخطی چند ورودی چند خروجی همراه با نامعینی را با دقت کافی، کنترل کنند. یکی از روش‌های طراحی کنترل‌کننده مقاوم، بهره‌گیری از روش کنترل مد لغزشی است که پاسخ‌گذرای سریعی دارد و شدت غیرخطی بودن سیستم در الگوی آن نقشی ندارد [۱].

در [۲] یک روش لغزشی توسط علم‌علی و الگاک<sup>۴</sup> ارائه شده است. در اینجا از طریق اصلاح قانون کنترل این روش، خطای تعقیب زوایای وضعیت، حداقل چند ده بار کاهش می‌یابد و به این طریق می‌توان علی‌رغم ۵۰٪ نامعینی در پارامترهای بدنه ماهواره مسیر مطلوب را با دقت فراوان برای مانور چرخشی با زاویه ۱۸۰ درجه تعقیب کرد.

## ۲- مدل غیرخطی وضعیت ماهواره

برای تعیین وضعیت بدنه ماهواره دستگاه مختصات مدار  $(a_1, a_2, a_3)$  و دستگاه مختصات بدنه  $(b_1, b_2, b_3)$  مطابق شکل (۱) تعریف می‌شوند. در حالت مطلوب محورهای این دو دستگاه نظیر به نظیر برهم منطبق‌اند. برای تعیین زوایای وضعیت ماهواره مطابق شکل (۱) از سه زاویه دوران  $\psi_1$  (سمت<sup>۵</sup>)،  $\psi_2$  (غلتش<sup>۶</sup>) و  $\psi_3$  (پیچش<sup>۷</sup>) استفاده می‌شود [۳و۴]. مدل غیرخطی وضعیت ماهواره بر روی مدار دایره‌ای در دستگاه بدنه ماهواره به صورت (۱-الف و ب)



شکل ۱- وضعیت ماهواره از دستگاه a به دستگاه b

است [۵]. در اینجا سرعت زاویه‌ای بدنه ماهواره، حول محورهای دستگاه بدنه به ترتیب با  $\omega_1$ ،  $\omega_2$  و  $\omega_3$  مشخص شده‌اند.

$I = \text{diag}[I_1, I_2, I_3]$  ماتریس ممان اینرسی است و  $\Omega$  و  $\underline{T}_d$  به ترتیب، سرعت زاویه‌ای ماهواره بر روی مدار و بردار اغتشاش خارجی‌اند و  $\underline{x}$  بردار متغیر حالت است. زوایای  $\psi_1$ ،  $\psi_2$  و  $\psi_3$  مولفه‌های بردار خروجی  $\underline{Y}$  هستند و بایستی برابر با مقدار مطلوب  $\underline{Y}_d$  حفظ شوند و خطای آن مطابق  $\tilde{\underline{Y}}_d = \underline{Y} - \underline{Y}_d$  است. به طور مشابه خطای زوایای وضعیت و سرعت زاویه‌ای به صورت  $\tilde{\omega}_j = \omega_j - \omega_{d,j}$  و  $\tilde{\psi}_j = \psi_j - \psi_{d,j}$  برای  $(j=1,2,3)$  تعریف می‌شوند. بردار ورودی  $\underline{u}$  شامل سه گشتاور کنترل در راستای محورهای بدنه است.

$$\dot{\underline{x}}(t) = \underline{f}'(\underline{x}) + \underline{g}(\underline{x}) \underline{u}(t) + \underline{T}_d(t) \quad (1-f)$$

$$\underline{x}(t) = [\psi_1 \ \psi_2 \ \psi_3 \ \omega_1 \ \omega_2 \ \omega_3] \quad (1-b)$$

مقادیر تخمینی پارامترهای نامعین با  $\hat{I}_1$ ،  $\hat{I}_2$  و  $\hat{I}_3$  مشخص می‌شوند و بدین طریق مطابق (۳) مقادیر تخمینی  $b$ ،  $f$  به ترتیب با  $\hat{b}$ ،  $\hat{f}$  و مقادیر نامعین آنها نیز با  $\Delta b$ ،  $\Delta f$  مشخص شده است.

$$\begin{aligned} \dot{\underline{X}}_1 &= \underline{X}_2 & \underline{X}_1 &= \underline{Y} = [\psi_1 \ \psi_2 \ \psi_3]^T \\ \underline{X}_2 &= \underline{f} + \underline{b} \underline{u} & \underline{f} &= [f_1 \ f_2 \ f_3]^T \\ \underline{f} &= \hat{f} + \Delta f & \underline{b} &= \hat{b} + \Delta b \end{aligned}$$

$$\underline{b} = \begin{bmatrix} \frac{1}{I_1} & \frac{\sin \mu_1 \operatorname{Tg}(\psi_2)}{I_2} & \frac{\sin(\psi_2)}{I_3} \\ 0 & \frac{\cos(\psi_1)}{I_2} & \frac{-\sin(\psi_1)}{I_3} \\ 0 & \frac{\sin(\psi_1)}{I_2 \cos(\psi_2)} & \frac{\cos(\psi_1)}{I_3 \cos(\psi_2)} \end{bmatrix} \quad (۳)$$

#### ۴- روش کنترل مد لغزشی بهبود یافته

##### ۴-۱- استفاده از تابع اشباع

برای شرط لغزشی (۴) می‌توان از قانون کنترل (۵) استفاده کرد.

$$S_j \dot{S}_j \leq (\dot{\phi}_j - \eta_j) |S_j| \quad (۴)$$

$$\underline{u} = (\hat{b})^{-1} (\hat{u} - \bar{K} \operatorname{sat}(\underline{S}/\varphi)) \quad ;$$

$$\bar{K} = [\bar{K}_1 \ \bar{K}_2 \ \bar{K}_3] \quad ; \quad \underline{S} = [S_1 \ S_2 \ S_3]$$

$$\hat{u} = -\hat{f} + \dot{\underline{X}}_{2d} - \lambda \hat{\underline{X}}_1 \quad ; \quad \lambda = \operatorname{diag}[\lambda_1 \ \lambda_2 \ \lambda_3] \quad ;$$

$$(\underline{S}/\varphi) = [S_1/\varphi_1 \ S_2/\varphi_2 \ S_3/\varphi_3] \quad (۵)$$

در اینجا  $\operatorname{sat}$  تابع اشباع است،  $\varphi_j$  لایه مرزی تطبیقی برای معادله محور  $j$  است و  $\eta_j$ ، ثابت مثبتی است که نرخ کاهش  $S_j$  را در خارج لایه مرزی تعیین می‌کند. معادلات دینامیک لایه‌های مرزی به نحوی محاسبه می‌شوند که ساختار کنترل‌کننده به صورت یک فیلتر پایین‌گذر مانع از تحریک شدن سیستم در مقابل ورودی و دینامیکهای فرکانس بالا شود (شامل نویز اندازه‌گیری و دینامیکهای مدل نشده فرکانس بالا). برای

$$\underline{f}'(x) = \begin{bmatrix} \omega_1 + (\omega_2 \sin(\psi_1) + \omega_3 \cos(\psi_1)) \tan(\psi_2) \\ \omega_2 \cos(\psi_1) - \omega_3 \sin(\psi_1) \\ ((\omega_2 \sin(\psi_1) + \omega_3 \cos(\psi_1))/\cos(\psi_2)) - \Omega \\ (I_3 - I_2)(\omega_3 \omega_2 - 3\Omega^2 z_3 z_2) / I_1 \\ (I_1 - I_3)(\omega_1 \omega_3 - 3\Omega^2 z_1 z_3) / I_2 \\ (I_2 - I_1)(\omega_1 \omega_2 - 3\Omega^2 z_1 z_2) / I_3 \end{bmatrix}$$

$$; \quad \underline{T}_d(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ T_{d1}(t)/I_1 \\ T_{d2}(t)/I_2 \\ T_{d3}(t)/I_3 \end{bmatrix} \quad (۱-ب)$$

$$\begin{bmatrix} z_1 \\ z_2 \\ z_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\psi_3) \cos(\psi_2) \\ \cos(\psi_3) \sin(\psi_2) \sin(\psi_1) - \sin(\psi_3) \cos(\psi_1) \\ \cos(\psi_3) \sin(\psi_2) \cos(\psi_1) + \sin(\psi_3) \sin(\psi_1) \end{bmatrix}$$

$$; \quad \underline{g}(x) = \begin{bmatrix} 0 \\ I^{-1} \end{bmatrix} \quad (۱-ج)$$

#### ۳- خطی ساز ورودی - خروجی

سطح لغزشی مورد استفاده به صورت  $S_j = \dot{\psi}_j + \lambda_j \tilde{\psi}_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ) است. معادلات فوق مطابق (۲-الف و ب) به فرم کانونیکال فاز تبدیل می‌شوند. بردار  $\underline{X}$  بردار تعریف جدید متغیرهای حالت است.

$$\dot{\underline{X}}(t) = \underline{f}(\underline{X}, t) + \underline{b}(\underline{X})\underline{u}(t) \quad ;$$

$$\underline{X} = [\psi_1 \ \dot{\psi}_1 \ \psi_2 \ \dot{\psi}_2 \ \psi_3 \ \dot{\psi}_3] \quad (۲-الف)$$

$$f_j(\underline{X}, t) = L_f^j h_j(\underline{X}), (j=1,2,3) \quad ;$$

$$b_{j,k}(\underline{X}) = L_{g_j} L_f^{j-1} h_j(\underline{X}), (j,k=1,2,3) \quad (۲-ب)$$

در اینجا نماد  $L$ ، معرف اپراتور براکت، از ابزارهای ریاضی است [۶].

مجدداً معادلات وضعیت (۲) به صورت (۳) بازنویسی می‌شوند. در این مقاله  $j$  به جای (۱، ۲، ۳) به کار می‌رود.

$S_1 \dot{S}_1 = \{ S_1 (f_1 - \hat{f}_1) + S_1 (1 - B_{11}) (-\hat{u}_1) + S_1 B_{12} \hat{u}_2 + S_1 B_{13} \hat{u}_3 - S_1 B_{11} \bar{K}_1 \text{sat}(S_1 / \varphi_1) - S_1 B_{12} \bar{K}_2 \text{sat}(S_2 / \varphi_2) - S_1 B_{13} \bar{K}_3 \text{sat}(S_3 / \varphi_3) \} - B_{11} P_1 S_1^2 - B_{12} P_2 S_1 S_2 - B_{13} P_3 S_1 S_3$   
 از آنجا که  $B_{ij}$ ، مولفه‌های ماتریس  $b(\hat{b})^{-1}$  است، علی‌رغم نامعینی، ماتریس  $B$  خیلی به ماتریس واحد نزدیک است و بنابراین  $B_{11} = 1$  و  $B_{12} = B_{13} = 0$  در این صورت اگر مطابق (۶) از همان مقادیر  $K_1$ ،  $K_2$  و  $K_3$  استفاده شود چون به ازای  $(S_1 \dot{S}_1)_{old}$  شرط (۶) برقرار بوده است پس براساس (۸) شرط لغزشی به نحوه بهتری ارضا می‌شود (سرعت کاهش  $S$  در خارج لایه مرزی بیشتر است).

$$(S_1 \dot{S}_1)_{new} = (S_1 \dot{S}_1)_{old} - P_1 S_1^2 \quad (۸)$$

#### ۴-۲-۲- مقاوم بودن سیستم در داخل لایه مرزی

برای مثال زمانی که مسیر حالت، در داخل لایه مرزی  $\varphi_1$  باشد به شرط لغزشی نیازی نیست و برای بهبود وضعیت، می‌توان ضرایب را به نحوی محاسبه کرد که  $\dot{S}_1$  حداقل شود. رابطه  $\dot{S}_1$  با استفاده از  $\dot{S}_1 = \ddot{\psi}_1 + \lambda_1 \ddot{\psi}_1$  و  $S_1 = \dot{\psi}_1$  (۵) برای حالتی که  $b$  برابر ماتریس واحد باشد و سیستم بدون عدم قطعیت باشد، مطابق (۱۰) است که با جایگذاری  $\hat{u}_1$ ، برای حالتی که  $b$  برابر مقدار واقعی باشد و عدم قطعیت نیز لحاظ شود، معادله (۱۲) به دست می‌آید.

$$\dot{S}_1 = \ddot{\psi}_1 - \ddot{\psi}_{1d} + \lambda_1 \ddot{\psi}_1 = \ddot{\psi}_1 - \hat{f}_1 - \hat{u}_1 \quad (۹)$$

$$\begin{aligned} \dot{S}_1 = & (f_1 - \hat{f}_1) - (1 - B_{11Max}) \hat{u}_1 + B_{12Min} \hat{u}_2 + \\ & B_{13Min} \hat{u}_3 - B_{11Max} (P_1 + \bar{K}_1 / \varphi_1) S_1 - \\ & B_{12Min} \bar{K}_2 \text{sat}(S_2 / \varphi_2) - B_{13Min} \bar{K}_3 \text{sat}(S_3 / \varphi_3) \end{aligned} \quad (۱۰)$$

دو جمله آخر به دلیل کوچک بودن  $B_{12}$  و  $B_{13}$  که قبلاً ذکر شد حذف می‌شوند. چنانچه  $\dot{S}_1$  برای نقاط نزدیک به نقطه مطلوب نوشته شود، آن گاه ضرایب  $B_{ij}$  و  $\bar{K}_1$  نیز با اندیس  $d$  در معادله (۱۱-الف) بازنویسی می‌شوند.

ارضای شرط (۴)، کافی است  $\bar{K}_1$ ،  $\bar{K}_2$  و  $\bar{K}_3$  به صورت (۶) انتخاب شوند.

$$\text{IF } \dot{\varphi}_j \geq 0 \Rightarrow \bar{K}_j = K_j - \dot{\varphi}_j / B_{jjMax} \quad (j=1, 2, 3)$$

$$\text{IF } \dot{\varphi}_j \leq 0 \Rightarrow \bar{K}_j = K_j - \dot{\varphi}_j / B_{jjMin} \quad (j=1, 2, 3)$$

$$\begin{aligned} K_1 \geq & (F_1 + \eta_1 + |(1 - B_{11})_{Max}| |\hat{u}_1| + \\ & |B_{12Max} \hat{u}_2| + |B_{13Max} \hat{u}_3|) / B_{11Min} \\ K_2 \geq & (F_2 + \eta_2 + |(1 - B_{22})_{Max}| |\hat{u}_2| + \\ & |B_{21Max} \hat{u}_1| + |B_{23Max} \hat{u}_3|) / B_{22Min} \\ K_3 \geq & (F_3 + \eta_3 + |(1 - B_{33})_{Max}| |\hat{u}_3| + \\ & |B_{31Max} \hat{u}_1| + |B_{32Max} \hat{u}_2|) / B_{33Min} \end{aligned} \quad (۶)$$

در اینجا  $B_{ij}$ ، مولفه‌های ماتریس  $b(\hat{b})^{-1}$  هستند و زیرنویس‌های  $Max$  و  $Min$ ، حداکثر و حداقل آن را مشخص می‌کنند و  $F_j = \text{Max} |f_j - \hat{f}_j|$  است. هرچقدر  $\lambda_j$ ، بزرگتر انتخاب شود، خطای تعقیب مسیر مطلوب در داخل لایه مرزی  $\varphi_j$  کمتر می‌شود اما فرکانس گوشه فیلتر پایین‌گذر مرتبه دو نیز افزایش می‌یابد و مقاوم بودن سیستم نسبت به نامعینیها کاهش می‌یابد لذا بایستی  $\lambda_j$  به نحوی مطلوب تعیین شود.

#### ۴-۲-۴ اصلاح قانون کنترل

در این مقاله پیشنهاد می‌شود از (۷) به جای (۵) استفاده شود، در این صورت جمله  $-P \underline{S}$  که اضافه شده است باعث می‌شود، سیستم در خارج لایه مرزی مقاومتر شود. برای دستیابی به میزان مقاوم بودن مشابه با حالت قسمت (۴-۱)، این امکان را می‌دهد که مقدار  $\lambda_j$  بزرگتر انتخاب شود که منجر به افزایش دقت تعقیب می‌شود.

$$\begin{aligned} \underline{u} = & (\hat{b})^{-1} (\hat{u} - P \underline{S} - \bar{K} \text{sat}(\underline{S} / \underline{\varphi})) \quad ; \\ P = & \text{diag}(P_1 \ P_2 \ P_3) \end{aligned} \quad (۷)$$

#### ۴-۲-۱- بررسی شرط لغزشی برای بیرون لایه مرزی

اگر سمت چپ (۴) برای  $j=1$  محاسبه شود.

$$\begin{aligned}
 \text{IF } \dot{\phi}_j > 0 &\Rightarrow \dot{\phi}_j + (\lambda_j - (B_{jj\text{Max}})_d P_j) \phi_j \\
 &= (B_{jj\text{Max}})_d K_{jd} \quad (j=1,2,3) \\
 \text{IF } \dot{\phi}_j < 0 &\Rightarrow \dot{\phi}_j + \frac{(B_{jj\text{Min}})_d}{(B_{jj\text{Max}})_d} (\lambda_j - (B_{jj\text{Max}})_d P_j) \phi_j \\
 &= (B_{jj\text{Max}})_d K_{jd} \quad (j=1,2,3)
 \end{aligned}
 \tag{۱۴}$$

#### ۳-۲-۴- تعیین پارامترهای P و λ

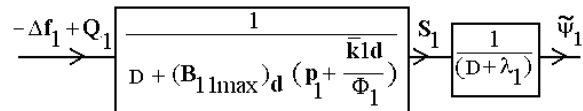
قبل از اضافه کردن جمله  $-P S^2$  به قانون کنترل، سرعت کاهش  $S$  در خارج لایه مرزی کمتر بود، به نحوی که زمان رسیدن به سطح لغزش کمتر از  $|S(t_0=0)|/(\eta - \dot{\phi})$  است اما با اضافه شدن جمله  $-P S^2$  سرعت کاهش  $S$  به صورت جمله  $e^{-Pt}$  قابل کنترل است.

ملاحظه شد چنانچه معادله دینامیک سطح لغزشی در داخل لایه مرزی  $\phi_1$  نوشته شود معادله (۱۱-ب) به دست می آید.

مقدار ویژه  $(B_{11\text{Max}})_d (P_1 + \bar{K}_{1d} / \phi_1)$ ، فرکانس شکست است، هرچقدر این فرکانس بزرگتر باشد، بهره سیستم حلقه بسته بزرگتر است و علاوه بر کاهش خطای تعقیب، تقلیل اثر اغتشاشهای ورودی و خروجی در پهنای وسیعتری انجام می گیرد و سیستم مقاومتر می شود. اما حداکثر مقدار این فرکانسها به واسطه نویز فرکانس بالای سیستم اندازه گیری و دینامیکهای مدل نشده فرکانس بالای سیستم محدود می شوند. هرچقدر تجهیزات اندازه گیری دقیقتر به کار روند (تا نویز اندازه گیری کاهش یابد) و همچنین مدل وضعیت بدنه ماهواره در فرکانسهای بالا دقیقتر شود، می توان، پارامتر  $P$  را بزرگتر اختیار کرد.

$\lambda_1$  نیز فرکانس گوشه فیلتر مرتبه دوم است که در معادله (۱۲) صدق کرده و کاهش آن سیستم را مقاومتر می کند و همچنین طبق رابطه  $(\phi_1 / \lambda_1^{n-1}) \leq |\tilde{\psi}_1|$  با افزایش  $\lambda_1$ ، خطای تعقیب کاهش می یابد.

چنانچه دو حالت قانون کنترل، به ترتیب بدون و با عبارت  $-P S^2$  در نظر گرفته شود و هر دو سیستم برای یک



شکل ۲- نمودار جعبه ای خطای حلقه بسته

$$\begin{aligned}
 \dot{S}_1 &= -\Delta f_1 - (1 - (B_{11\text{Max}})_d) \hat{u}_1 + (B_{12\text{Min}})_d \hat{u}_2 + \\
 &+ (B_{13\text{Min}})_d \hat{u}_3 - (B_{11\text{Max}})_d (P_1 + \bar{K}_{1d} / \phi_1) S_1
 \end{aligned}
 \tag{۱۱-الف}$$

$$\begin{aligned}
 (D + (B_{11\text{Max}})_d (P_1 + \bar{K}_{1d} / \phi_1)) S_1 &= -\Delta f_1 - \\
 (1 - B_{11\text{Max}})_d \hat{u}_1 + (B_{12\text{Min}})_d \hat{u}_2 + (B_{13\text{Min}})_d \hat{u}_3 \\
 &= -\Delta f_1 + Q_1
 \end{aligned}
 \tag{۱۱-ب}$$

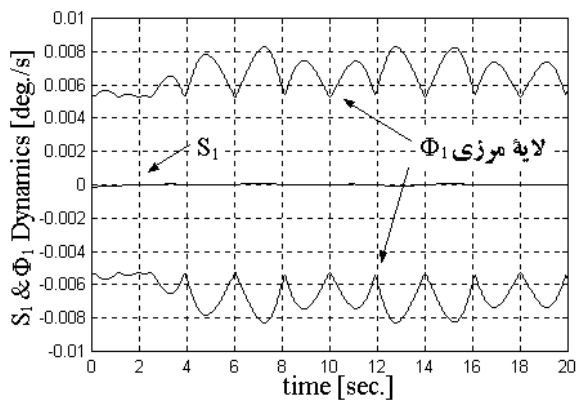
بر اساس (۱۱-ب) نمودار جعبه ای شکل (۲) ارائه می شود که نقش فیلتر کردن فرکانسهای بالا را مشخص می کند.

چنانچه معادله (۱۲-الف) برقرار شود، نمودار جعبه ای فوق مشابه فیلتر مرتبه دو عمل می کند که فرکانس گوشه آن  $\lambda_1$  است و چنانچه فرکانسهای بالاتر از  $\lambda_1$  در  $\Delta f$  و  $\Delta b$  وجود داشته باشد، حذف می شوند و حساسیت خطای تعقیب نسبت به فرکانسهای بالایی که مدل نشده اند و یا نویز فرکانس بالای ناشی از سیستم اندازه گیری کاهش می یابد و سیستم تعقیب مقاومی طراحی می شود. برای تحقق (۱۲)، مقدار  $\bar{K}_1$  به صورت (۱۳) محاسبه می شود.

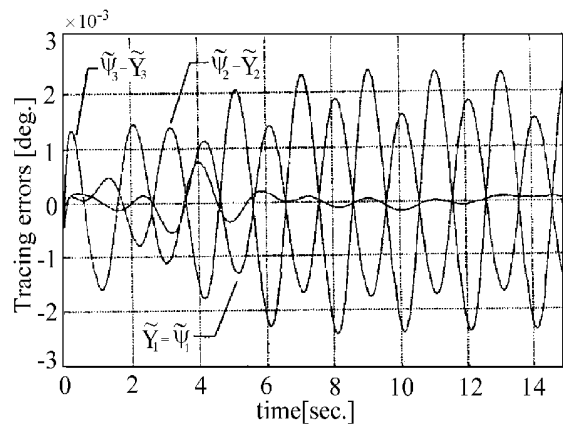
$$\bar{K}_{1d} = \phi_1 (\lambda_1 - (B_{11\text{Max}})_d P_1) / (B_{11\text{Max}})_d \tag{۱۲}$$

$$\begin{aligned}
 \bar{K}_1 &= (\bar{K}_1 - \bar{K}_{1d}) + \\
 &\phi_1 (\lambda_1 - (B_{11\text{Max}})_d P_1) / (B_{11\text{Max}})_d
 \end{aligned}
 \tag{۱۳}$$

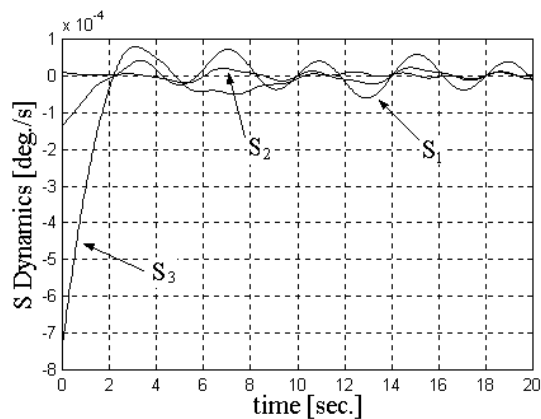
به طور مشابه معادلات فوق برای دو محور دیگر محاسبه می شوند. در این صورت می توان بر اساس معادلات فوق و (۶) در نقطه تعادل، معادلات دینامیکی  $\phi_j (j=1,2,3)$  را به صورت (۱۴) محاسبه کرد.



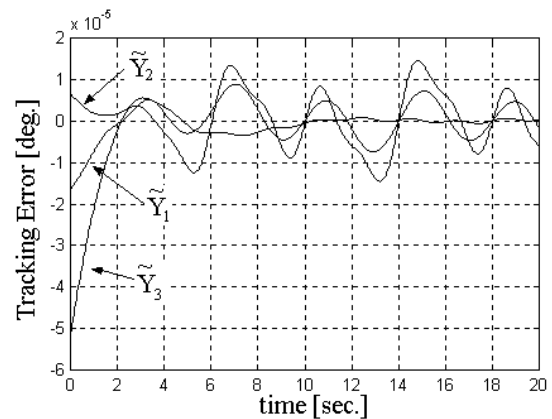
شکل ۶- لغزش و لایه مرزی محور سمت برای قانون (۷)



شکل ۳- خطای تعقیب زوایای وضعیت از مقاله ۲



شکل ۷- پارامتر لغزش برای سه محور (قانون ۷)



شکل ۴- خطای تعقیب برای قانون (۷)

### ۵- شبیه سازی نتایج

برای امکان مقایسه با نتایج [۲] از همان ماهواره و مسیر مطلوب استفاده می شود. مسیر مطلوب به صورت:

$$\underline{Y}_d = (1 - e^{-0.353t} (\sin(0.353t) + \cos(0.353t))) [-90, 45, -180]^T (\text{deg.})$$

(شکل ۸) و اغتشاش به صورت:

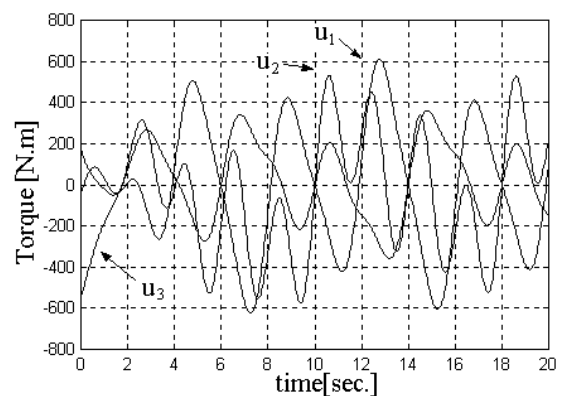
$$\underline{T}_d = [-100 \sin(\pi t) 150 \sin(\pi/2) - 150 \cos(\pi/4)]^T [\text{N.m}]$$

است. ماتریس ممان اینرسی به صورت

$$\text{diag}(\hat{I}) = (97.6 \ 874.6 \ 888.2) [\text{Kgm}^2]$$

است.

نتایج آزمایش قانون کنترل (۷) که پیشنهاد این مقاله است در شکل‌های (۴) تا (۷) آورده شده‌اند.



شکل ۵- گشتاور ورودی برای قانون (۷)

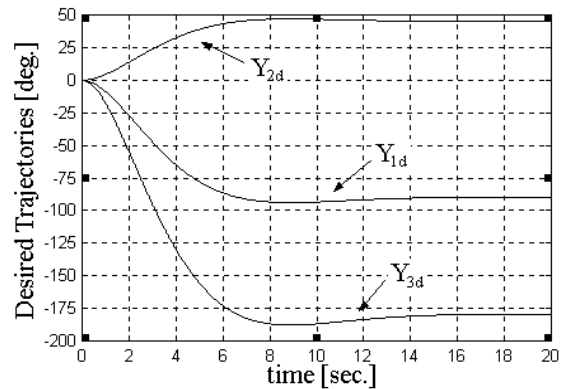
میزان مقاوم بودن طراحی شوند در حالت دوم که عبارت  $PS^2 - P$  وجود دارد،  $\lambda_r$  بزرگتر است و باعث افزایش دقت تعقیب می شود.

گشتاور ورودی نیز از ۷۵۰ نیوتن متر به ۶۰۰ نیوتن متر کاهش یافته است. اگر از نامعینی ۱۵٪ با فرکانس ۲۰ برابر استفاده شود، خطای تعقیب زوایای وضعیت به ترتیب برابر  $۲/۷ \times ۱۰^{-۵}$ ،  $۱/۲ \times ۱۰^{-۴}$  و  $۱/۳ \times ۱۰^{-۴}$  درجه است که مقاوم بودن کنترل کننده را تایید می کند.

## ۶- نتیجه گیری

روش مد لغزشی بهبود یافته در این مقاله برای کنترل تعقیب ماهواره در مانورهای بزرگ وضعیت مناسب است.

اگر جمله PS- به فرمول کنترل اضافه شود ضریب P، قطب معادله دینامیک S را در خارج ناحیه مرزی تعیین می کند و نقش مهمی در اصلاح سریع زوایای وضعیت دارد. در داخل لایه مرزی این امکان را فراهم می کند که با حفظ میزان مقاوم بودن سیستم فرکانس گوشه فیلتر مرتبه دوم را بزرگتر انتخاب کرد و به این طریق دقت تعقیب چند ده برابر افزایش می یابد.



شکل ۸- مسیر مطلوب برای مانور چرخشی وضعیت

از مقایسه نتایج کنترل کننده پیشنهادی در این مقاله با نتایج [۲] ملاحظه می شود، حداکثر خطای زوایای وضعیت  $\psi_1$ ،  $\psi_2$  و  $\psi_3$  مطابق شکل (۴) به ترتیب  $۱/۵۶ \times ۱۰^{-۵}$ ،  $۱/۴۶ \times ۱۰^{-۵}$  و  $۵/۲۱ \times ۱۰^{-۵}$  درجه است که در مقایسه با [۲] مطابق شکل (۳) که به ترتیب برابر  $۱/۸ \times ۱۰^{-۳}$ ،  $۲/۴ \times ۱۰^{-۳}$  و  $۱/۸ \times ۱۰^{-۳}$  درجه بود دقت تعقیب به ترتیب برای محورهای سمت، غلتش و پیچش به نسبت ۱۱۵ بار، ۱۶۴ بار و ۳۵ بار افزایش یافته است. حداکثر دامنه

## واژه نامه

- |                                     |                       |          |
|-------------------------------------|-----------------------|----------|
| 1. satellite attitude control (SAC) | 4. H.elmali & N.Olgac | 7. Pitch |
| 2. sliding mode control (SMC)       | 5. yaw                |          |
| 3. input-output linearization       | 6. roll               |          |

## مراجع

- Hajri, S., and Perruquetti, W., "A New Sliding Mode Controller for Multivariable Nonlinear Systems," *IEEE Transaction On Aerospace and Electronic Cybernetic*, Vol. 39, No. 4, pp. 917-922, October 1996.
- Elmali, H., and Olgac, N., "Satellite Attitude Control Via Sliding Mode With Perturbation Estimation," *IEE Proceedings-Control Theory Application*, Vol. 143, No. 3, pp. 276- 282, May 1997.
- Jafarboland, M., Sadati, N., and Momeni, H. R., "Controlling the Attitude of Linear Time-Varying Model LEO Satellite Using Only Electromagnetic Actuation," *IEEE Aerospace Conference, Big Sky, Montana, USA*, pp. 206-214, March 9-16, 2002.
- Jafarboland, M., Sadati, N., Momeni, H. R., and Ghodjeh Baclu H., "Combining Permanent Magnet and Electromagnet in Momentum Removal Method for Earth-Pointing Satellite," *AIAA Guidance, Navigation, and Control Conference*, Montreal, Quebec, Canada, A0137170, 6-9 August 2001.
- Wiesel, W. E., *Spaceflight Dynamics*, 2nd ed., McGraw-Hill, Singapore, 1997.
- Slotine, J. J. E., *Applied Nonlinear Control*, 1st ed., Prentice Hall, 1991.