

# تحلیل دینامیک و پایداری مکانیزم بادامک- پیرو<sup>۱</sup> انعطاف پذیر<sup>۲</sup>

حسن نحوی\* و مسعود سبحانی\*

دانشکده مهندسی مکانیک، دانشگاه صنعتی اصفهان

(دریافت مقاله: ۸۰/۳/۱۳ - دریافت نسخه نهایی: ۸۲/۳/۱۲)

**چکیده** - در این مقاله دینامیک و پایداری یک مکانیزم بادامک- پیرو انعطاف پذیر مورد بررسی قرار گرفته است. ابتدا معادله حرکت سیستم با فرض انعطاف پذیری میل بادامک و پیرو به دست آمده است. اصطکاک در لولای بازوی نوسان کننده به صورت ویسکوز و خشک (کولمب) در نظر گرفته شده است. پس از تعیین معادله دیفرانسیل حرکت سیستم، آن را بدون بعد می‌کنیم. حاصل نهایی به صورت یک معادله دیفرانسیل درجه دو با پارامترهای متغیر با زمان از نوع پریودیک خواهد بود.

تحلیل پایداری مکانیزم با استفاده از تئوری فلوکه<sup>۳</sup> انجام شده است. نمودارهای پایداری متعددی برحسب نسبت دامنه در مقابل نسبت فرکانس ارائه شده که برای حالت‌های مختلف بدون استهلاک و با استهلاک‌اند. نتایج حاصل از این تحقیق نشان می‌دهد که در حالت بدون استهلاک، برای نسبت دامنه تحریک کوچک، در تمام نسبت‌های فرکانسی پاسخ سیستم پایدار است. اضافه کردن استهلاک‌های ویسکوز و کولمب به سیستم باعث پایداری شدن حرکت آن می‌شود و اثر استهلاک کولمب در پایدار کردن حرکت سیستم محسوس‌تر است.

واژگان کلیدی: تحلیل دینامیکی، پایداری، مکانیزم بادامک، پیرو، تئوری فلوکه

## Dynamic and Stability Analysis of Flexible Cam-Follower Systems

H. Nahvi and M. Sobhani

Mechanical Engineering Department, Isfahan University of Technology

**Abstract:** *In this paper, dynamic and stability analysis of a flexible cam-follower system is investigated. Equation of motion is derived considering flexibility of the follower and camshaft. Viscous and Coulomb frictions are considered in the rocker arm pivot. The normalized equation of motion of the system is a 2<sup>nd</sup>- order differential equation with periodic coefficients.*

*Floquet theory is employed to study parametric stability of the system. Stability diagrams are presented and the effects of varying cam profiles and motion events on the stability of the system are compared. Results show that viscous and Coulomb frictions stabilize the motion of the system..*

**Keywords:** *Dynamic analysis Stability, Cam-follower, Floquet Theory.*

\* - استادیار

در سیستمهای بدون استهلاک با ضرایب ثابت در سرعتهای معینی پاسخ ناپایدار شده و دامنه پاسخ رشد نامحدودی می‌کند. این پدیده که به عنوان تشدید شناخته شده در سیستمهای با ضرایب وابسته به زمان به صورت تشدید پارامتری نمایان می‌شود. تشدید پارامتری، رشد نمایی پاسخ است که منشأ آن پارامتری بودن سیستم است. اولین بار فلوکه در سال ۱۸۸۳ روشی برای تعیین پایداری سیستمهای دارای پارامترهای پریودیک ارائه کرد. هیل در سال ۱۸۸۴ روش دترمینان بی‌نهایت را و لیاپونف در سال ۱۹۰۲ روش لیاپونف<sup>۴</sup> را مطرح کردند. تعداد زیادی از محققان روشهای فوق و همچنین روش اغتشاشی<sup>۵</sup> را در مطالعات خود دنبال کردند. از میان این روشها، روش فلوکه کاربرد بیشتری داشته است. این روش براساس به‌دست آوردن ماتریس مونودرومی<sup>۶</sup> و تعیین مقادیر ویژه آن استوار است. میدا و ترسیک [۶] تأثیر انعطاف پذیری پیرو و میل بادامک را بر روی پاسخ دینامیکی مکانیزم بادامک-پیرو مطالعه کردند. محی‌الدین و میدا [۷] روشی عددی برای یافتن پاسخ پریودیک سیستم بادامک-پیرو ارائه داده‌اند که در آن پروفیل‌های هارمونیک، سیکلوئیدی و چند جمله‌ای درجه پنج مورد بررسی قرار گرفته است. فرهنگ و میدا [۸] پاسخ دینامیکی و پایداری مکانیزم لنگ لغزنده با رابط انعطاف پذیر را با استفاده از تئوری فلوکه بررسی کردند. سانکارانایانان و همکاران [۹] تحریک پارامتری بازوهای رباتهای دو درجه آزادی را بررسی کرده و با استفاده از تئوری فلوکه تأثیر پارامترهای کنترلی را بر روی پایداری سیستم مورد مطالعه قرار دادند. ویتکانین [۱۰] با استفاده از تابع لیاپونف پایداری معادلات حرکت با ضرایب تابع زمان را که لزوماً پریودیک نیستند مورد مطالعه قرار داد. جین وو و فونگ [۱۱] پایداری سیستمهای چند درجه آزادی خطی با ضریب سختی متغیر با زمان را با استفاده از تابع لیاپونف بررسی کردند. آنها نشان دادند اگر سختی سیستم به صورت پریودیک تغییر کند، بدون وجود استهلاک، سیستم می‌تواند دارای تشدید پارامتری باشد.

مکانیزم بادامک-پیرو یکی از المانهایی است که در طراحی سیستمهای مکانیکی کاربرد وسیعی دارد. این سیستم را می‌توان در موتورهای اتومبیل و نیز بسیاری از ماشینهای تولیدی از قبیل ماشینهای نساجی، پرسهای چاپ و ماشینهای تولید اغذیه یافت. از این مکانیزم برای تبدیل حرکت دورانی به حرکتی رفت و برگشتی و یا نوسانی استفاده می‌شود. با توجه به کاربرد وسیع این مکانیزم در صنعت، بررسی سینماتیک و تحلیل پایداری و رفتار دینامیکی این سیستم از اهمیت بسیاری برخوردار است.

## ۲- تاریخچه مسئله

تحقیق در زمینه رفتار دینامیکی سیستم بادامک-پیرو انعطاف‌پذیر به سال ۱۹۴۸ باز می‌شود که هرونز [۱] در تحقیقات خود پیرو را به صورت انعطاف‌پذیر در نظر گرفت. وی نیروهای وارد بر بادامک را با در نظر گرفتن جرم معادل مربوط به آن و سختی و استهلاک مربوط به پیرو، به دست آورد. چن و پولوانیچ [۲] در سال ۱۹۷۵ با استفاده از مدل‌های دو درجه آزادی خطی و غیرخطی پاسخ دینامیکی مکانیزم بادامک-پیرو را برای تعدادی از پروفیل‌های بادامک به‌دست آوردند. پیزانو و فرودنشستاین [۳] در سال ۱۹۸۳ دینامیک یک سیستم بادامک-پیرو با سرعت زیاد را به‌طور تجربی و تحلیلی مورد مطالعه قرار دادند. اثرات اصطکاک کولمب نیز وارد محاسبات شد.

کاستر [۴] در سال ۱۹۷۵ رفتار دینامیکی یک پیرو و میل بادامک انعطاف‌پذیر را مورد مطالعه قرار داد. خطا در موقعیت قرار گرفتن عضو خروجی سیستم پس از بالا رفتن بادامک و نیروهای دینامیکی در حین حرکت بادامک تعیین شد. آنلسو و تومر [۵] در تحلیل دینامیکی مکانیزم بادامک-پیرو فنر برگشتی را به صورت گسترده مدل نموده و نتایج به‌دست آمده را با نتایج مدل متمرکز مقایسه کردند.

نظر قرار گرفته است. جرم پیرو به صورت دو جرم متمرکز در دو انتهای آن فرض شده، بنابراین نصف جرم پیرو به صورت متمرکز به محل سوپاپ منتقل شده است. جرم معادل پیرو  $m_{eqp}$  و سختی معادل پیرو  $k_{eqp}$  به صورت زیر محاسبه می شوند:

$$m_{eqp} = \frac{1}{2} m_p \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^2 \quad (1)$$

$$k_{eqp} = k_p \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^2 \quad (2)$$

در معادلات فوق  $k_p$  سختی پیرو،  $m_p$  جرم پیرو و  $R_1$  و  $R_2$  به ترتیب شعاعهای بازوی نوسان کننده هستند. ممان موجود در لولای بازوی نوسان کننده،  $M_c$  به صورت زیر قابل محاسبه است [۱۲]:

$$M_c = R_r \mu_d F_{R_1} \text{Sign}(-\dot{y}) \quad (|\dot{y}| > e) \quad (3)$$

$$M_c = \min(|R_2 F_s|, |R_r \mu_s F_{R_2}|) \text{Sign}(-F_s) \quad (|\dot{y}| \leq e)$$

در معادلات فوق  $\dot{y}$  سرعت جرم معادل،  $F_{R_1}$  نیروی عمودی در لولای بازو در حالت تعادل دینامیکی،  $F_{R_2}$  نیروی عمودی در لولای بازو در حالت تعادل استاتیکی،  $F_s$  مجموع نیروهایی که بر جرم متمرکز  $M$  اثر می کند،  $R_2$  اندازه شعاع بزرگتر بازو و  $R_r$  شعاع لولای بازو هستند.  $\mu_d$  و  $\mu_s$  نیز به ترتیب عبارت اند از ضرایب اصطکاک دینامیکی و استاتیکی در لولای بازوی نوسان کننده. پارامتر  $e$  مقدار سرعتی است که حد حالت استاتیکی و دینامیکی را بیان می کند و مقدار آن برابر  $0.002 \text{ m/sec}$  در نظر گرفته می شود. این مقدار تقریباً  $0.1\%$  درصد ماکزیمم سرعت سوپاپ در مکانیزم های بادامک-پیرو با سرعت زیاد است.

#### ۴- معادله حرکت سیستم

معادله حرکت سیستم را می توان به صورت زیر نوشت:

$$M\ddot{y} = F_p - F_{VD} - F_{RS} \quad (4)$$

در این معادله  $F_p$ ،  $F_{VD}$  و  $F_{RS}$  به ترتیب عبارت اند از نیروی پیرو، نیروی اصطکاک معادل و نیروی فنر برگشتی. این نیروها به ترتیب زیر قابل محاسبه اند [۱۲]:

با وجود آنکه مطالعات بسیاری بر روی پایداری دینامیکی سیستمهای الاستیک دارای معادلات حرکت با ضرایب پریودیک صورت پذیرفته، سیستم بادامک-پیرو الاستیک تاکنون کمتر مورد بررسی قرار گرفته است. در این مقاله، در مدلسازی دینامیکی سیستم، انعطاف پذیری پیرو در جهت طولی، انعطاف پذیری محور بادامک در جهتهای زاویه ای و عرضی و لولای نوسان کننده با اصطکاکهای کولمب و ویسکوز در نظر گرفته خواهد شد. سیستمی با چنین فرضیات کامل تاکنون مورد بررسی قرار نگرفته است.

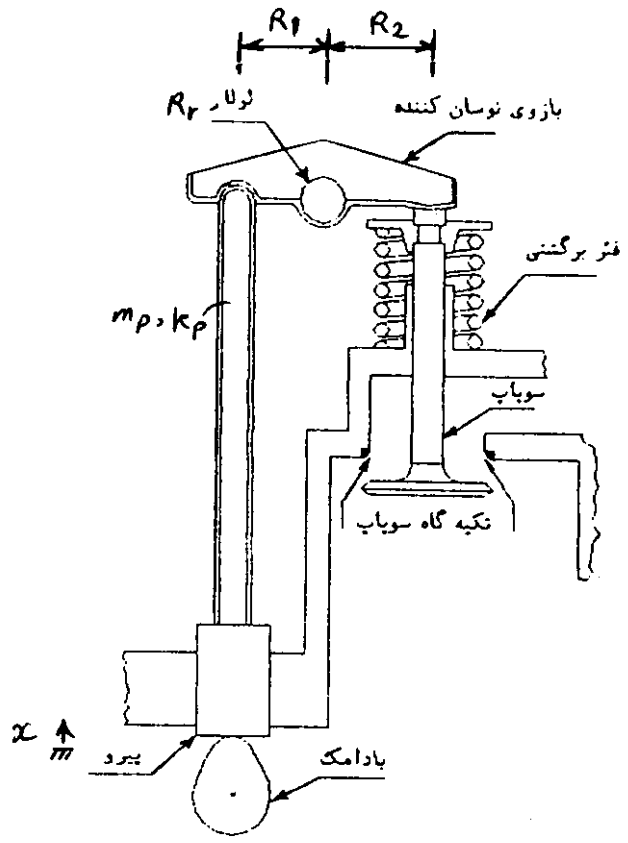
#### ۳- مدلسازی دینامیکی

در شکل (۱) مکانیزم بادامک-پیرو نشان داده شده است. چنانچه جرمهای توزیعی سیستم با دو جرم متمرکز در محور پیرو و محور سوپاپ جایگزین شود، با استفاده از روش انرژی معادل می توان سیستم را با یک درجه آزادی مدلسازی کرد.

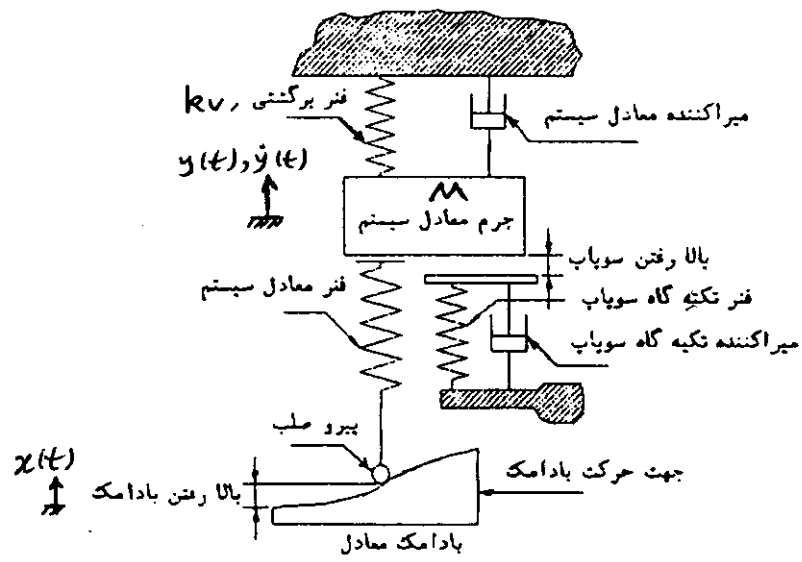
در شکل (۲) مدل یک درجه آزادی سیستم شکل (۱) مشاهده می شود. در مکانیزم بادامک-پیرو، لولای نوسان کننده در سرتهای بالا تحت بار زیادی قرار می گیرد، بدین جهت در این لولا از یاتاقان لغزشی استفاده شده است. اگر سرعت از حد معینی تجاوز کند، روغنکاری هیدرو دینامیکی در لولا مناسب و مؤثر نبوده و اصطکاک از نوع خشک نیز پدید می آید. بنابراین منابع میراکننده انرژی در لولا به صورت اصطکاکهای کولمب و ویسکوز خواهند بود.

فنر برگشتی برای ایجاد نیرویی که با نیروی اینرسی پیرو مقابله کرده و تماس بین بادامک و پیرو را حفظ کند به کار می رود. به خصوص در طی قسمت برگشتی حرکت بادامک، فنر سوپاپ تنها منبع انرژی است که به سیستم پیرو برای برگشت به موقعیت اولیه شتاب می دهد. اگر نیروی اینرسی پیرو برابر نیروی فنر برگشتی شود، پدیده پرش رخ می دهد که باعث ایجاد ضربه و فرسودگی شدید مکانیزم خواهد شد.

پیرو به صورت یک فنر ایده ال (بدون میراکننده) مدل شده و احتمال جدا شدن پیرو از جرم معادل در سرتهای بالا مورد



شکل ۱- سیستم بادامک-پیرو با سرعت زیاد



شکل ۲- مدل یک درجه آزادی سیستم بادامک-پیرو

$$k_{\theta} = \frac{G\pi r_s^4}{2L_s(R_b + x)^2} \quad , \quad k_y = k_z = \frac{48E\pi r_s^4}{4L_s^3} \quad (9)$$

در معادلات فوق  $r_s$  شعاع محور بادامک،  $G$  مدول برشی،  $E$  مدول الاستیسیته و  $L_s$  طول محور بادامک است. ضریب سختی معادل  $k_{eqp}$  برابر است با:

$$k_{eqp} = k_{eq} \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^2 \quad (10)$$

با جایگزینی معادلات (5) در معادله (4) و استفاده از معادلات (10-7)، معادله حرکت سیستم بادامک-پیرو با احتساب نیروهای میراکننده در لولای بازو به صورت نیروهای ویسکوزوکولمب، همچنین با در نظر گرفتن اثر انعطاف پذیری محور در سه جهت، به صورت زیر است:

$$M\ddot{y} + C_v\dot{y} + k_v y + F_{sp} + F_c + k_{eqp}(y - x(t)) = 0 \quad (11)$$

در این رابطه نیروی حاصل از ممان اصطکاکی با ممان گیری حول محور بازوی نوسان کننده به صورت زیر قابل محاسبه است [15]:

$$F_c = \pm \frac{R_r}{R_2} \mu_d \left[ \frac{k_c(y-x)}{1 + \frac{k_c}{k_t} \left( \frac{\dot{x}}{R_b \omega} \right)^2} + F_v \right] \quad (12)$$

$F_v$  عبارت است از نیروی سوپاپ.

#### ۴- معادله حرکت بدون بعد

معادله حرکت سیستم را می توان با تعریف پارامترهای زیر به صورت بدون بعد بیان کرد. این شکل معادله حرکت برای مطالعه پارامتری پایداری مناسبتر است. پارامترهای بدون بعد که در ابتدا توسط کاستر [4] معرفی شده اند با تغییراتی به صورت زیر بیان می شوند:

$$H = \frac{x}{h_m} \quad ; \quad \dot{H} = \frac{\dot{x}t_m}{h_m} \quad ; \quad T = \frac{t}{t_m} \quad ; \quad T_e = 2\pi \sqrt{\frac{M}{k_c}} \\ Y = \frac{y}{h_m} \quad ; \quad \dot{Y} = \frac{\dot{y}t_m}{h_m} \quad ; \quad \ddot{Y} = \frac{\ddot{y}t_m^2}{h_m} \quad ; \quad \tau = \frac{T_e}{t_m} \quad ; \\ F = \frac{k_c}{k_t} \left( \frac{h_m}{R(\theta)\theta_m} \right)^2 \quad ; \quad \frac{4\pi}{\tau} \xi = \frac{t_m C_v}{M} \quad (13)$$

در این معادلات  $h_m$ ،  $t_m$  و  $\theta_m$  به ترتیب عبارت اند از حداکثر

$$F_p = k_{eqp}(x(t) - y) \quad ,$$

$$F_{VD} = C_v \frac{dy}{dt} + F_c \quad F_{RS} = k_v y + F_{SP} \quad (5)$$

در این معادلات  $F_c$  نیروی معادل حاصل از ممان اصطکاکی و  $F_{SP}$  نیروی اولیه فنر و  $k_v$  سختی فنر برگشتی است.  $y$  بیانگر موقعیت جرم معادل است و هنگام تماس جرم با تکیه گاه برابر صفر و هنگام جدا شدن جرم از تکیه گاه مقادیر مثبت را اختیار می کند.  $x(t)$  نشان دهنده تغییر مکان بادامک است. مقدار  $x(t)$  هنگامی که پیرو در تماس با دایره اصلی بادامک است صفر و در سایر موارد عددی مثبت است.  $C_v$  عبارت است از ضریب استهلاک ویسکوز در لولای بازوی نوسان کننده. جرم معادل  $M$  که بر روی سوپاپ متمرکز شده است به صورت زیر محاسبه می شود:

$$M = \text{جرم معادل بازو} + \text{جرم فنر برگشتی} + \text{جرم سوپاپ} + \text{جرم معادل پیرو}$$

برای به دست آوردن ضریب سختی معادل پیرو  $k_{eqp}$  انعطاف پذیری محور در سه جهت (یک جهت زاویه ای و دو جهت عرضی) در نظر گرفته می شود. با توجه به نمودار تغییر شکل محور بادامک شکل (3)، مقدار شیب بادامک  $\tan \alpha$ ، برابر است با [13]:

$$\tan \alpha = \frac{\dot{x}}{\omega R(\theta)} \quad (6)$$

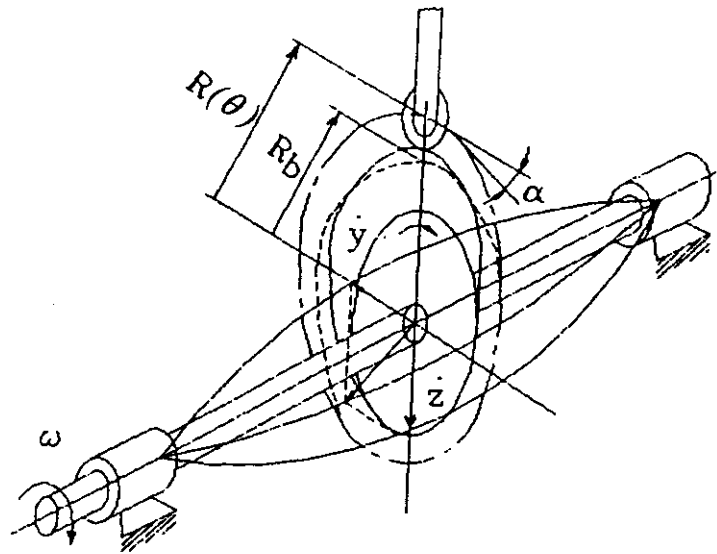
$R(\theta)$  عبارت است از شعاع گام لحظه ای بادامک که برابر است با  $R(\theta) = R_b + x$  و  $R_b$  شعاع دایره مبنای بادامک است. سختی معادل سیستم عبارت است از:

$$\frac{1}{k_{eq}} = \frac{1}{k_c} + \frac{1}{k_t} \tan^2 \alpha \quad (7)$$

در این رابطه  $k_c$  و  $k_t$  به ترتیب بیانگر سختی فنر معادل در جهت های عمودی و افقی اند و مقادیر آنها را از روابط زیر می توان محاسبه نمود:

$$k_t = \frac{k_y k_{\theta}}{k_y + k_{\theta}} \quad , \quad k_c = \frac{k_p k_z}{k_p + k_z} \quad (8)$$

محور بادامک را یک تیر دو سر لولا فرض می کنیم. بنابراین مقادیر  $k_{\theta}$ ،  $k_t$  و  $k_z$  از معادلات زیر به دست می آیند:



شکل ۳- نمودار تغییر شکل محور بادامک در سه جهت

در به دست آوردن پاسخ دینامیکی، مقادیر زیر برای پارامترهای سیستم در نظر گرفته می‌شوند:

$$\frac{R_1}{R_2} = 0.5, \quad \frac{R_r}{R_2} = 0.3, \quad \mu_d = 0.23, \quad \frac{k_v}{k_c} = 0.05,$$

$$M = 0.165 \text{ kg}, \quad \frac{k_y}{k_p} = 2.75$$

$$L_s = 0.15 \text{ m}, \quad R_b = 0.015 \text{ m}$$

معادله حرکت همگن را می‌توان به صورت پارامتری به شکل زیر نشان داد:

$$m(t)\ddot{Y} + c(t)\dot{Y} + k(t)Y = 0 \quad (16)$$

پارامترهای این معادله که پریودیک اند عبارت‌اند از:

$$m(t) = m(t + T_f) = 1 + FH^2$$

$$c(t) = c(t + T_f) = 2\xi(1 + FH^2) \frac{2\pi}{\tau}$$

$$k(t) = k(t + T_f) =$$

$$\left[ \frac{k_v}{k_c} (1 + FH^2) + \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^2 \pm \mu_d \frac{R_r}{R_2} \right] \left( \frac{2\pi}{\tau} \right)^2 H \quad (17)$$

بالا رفتن (رفت) پیرو، زمان بالا رفتن و زاویه چرخش بادامک در بالا رفتن. همچنین  $F$ ،  $\zeta$ ،  $\tau$ ،  $T_e$ ،  $\theta_m$  و  $R(\theta)$  به ترتیب عبارت‌اند از پریود طبیعی معادل، پریود طبیعی بدون بعد، ضریب سختی متغیر محور، نسبت استهلاک و شعاع گام لحظه‌ای بادامک.

با توجه به معادله  $\theta_m = \omega t_m$  می‌توان نتیجه گرفت:

$$\frac{k_c t_m^2}{M} = \left( \frac{2\pi}{\tau} \right)^2; \quad \frac{k_v t_m^2}{M} = \frac{k_v}{k_c} \left( \frac{2\pi}{\tau} \right)^2 \quad (14)$$

با استفاده از معادلات (۱۳ و ۱۴)، معادله حرکت (۱۱) را می‌توان به صورت بدون بعد به شکل زیر نوشت:

$$\begin{aligned} & (1 + FH^2)\ddot{Y} + 2\xi(1 + FH^2) \frac{2\pi}{\tau} \dot{Y} + \\ & \left[ \frac{k_v}{k_c} (1 + FH^2) + \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^2 \pm \mu_d \frac{R_r}{R_2} \right] \left( \frac{2\pi}{\tau} \right)^2 Y = \\ & - \frac{1}{h_m k_c} \left[ F_{sp} \pm \mu_d \frac{R_r}{R_2} F_v \right] + \left( \frac{2\pi}{\tau} \right)^2 (1 + FH^2) + \\ & \left[ \left( \frac{R_1}{R_2} \right)^2 \pm \mu_d \frac{R_r}{R_2} \right] \left( \frac{2\pi}{\tau} \right)^2 H \end{aligned} \quad (15)$$

برای مطالعه پایداری سیستم فقط قسمت همگن معادله حرکت در نظر گرفته می‌شود [۱۴].

که  $P(t)$  یک تابع پریودیک است (با پریود  $T$ ) و  $R$  ماتریس ثابت است. پس از  $n$  پریود، حل عبارت خواهد بود از:

$$\tilde{y}(t+nT) = \tilde{P}(t)e^{R(t+nT)} \quad (23)$$

باتعریف  $G = e^{RT}$  که به ماتریس مونودرومی موسوم است، معادله (23) را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\tilde{y}(t+nT) = G^n \tilde{y}(t) \quad (24)$$

از معادله (24) می توان دریافت که با افزایش  $n$ ، در صورتی حل  $\tilde{y}(t)$  سیستم پایدار است که  $G^n$  محدود بماند. یک سیستم معادلات دیفرانسیل کنسرواتو خطی، در صورتی ناپایدار است که حل سیستم در طول زمان رشد نامحدودی کند. بنابراین معیار پایداری پاسخ  $\tilde{y} = 0$  را با استفاده از مقادیر ویژه ماتریس مونودرومی که به ضرایب فلوکه  $\lambda_i$  و یا ضرایب مشخصه  $\mu_i$  موسوم اند می توان به صورت  $|\lambda_i| \leq 1 \quad i=1,2,\dots$  بیان کرد.

#### 5-2- پایداری پاسخ سیستم

برای محاسبه ماتریس مونودرومی ابتدا پریود اصلی سیستم به  $n$  فاصله مساوی تقسیم شده و ضرایب ماتریس در این فواصل ثابت در نظر گرفته می شوند. معادله (16) را می توان به شکل زیر نوشت:

$$\ddot{Y} + 2\xi(t)\omega_n(t)\dot{Y} + [\omega_n(t)]^2 Y = 0 \quad (25)$$

که در این رابطه

$$\omega_n(t) = \left[ \frac{k(t)}{m(t)} \right]^{1/2}, \quad \xi(t) = \frac{c(t)}{2m(t)\omega_n(t)} \quad (26)$$

در هر یک از فاصله های تقسیم شده، معادله (25) که خطی و با ضرایب پریودیک است را با تقریب می توان با ضرایب ثابت در نظر گرفت. بدین منظور فرکانس طبیعی و نسبت استهلاک در بین فاصله تقسیم شده نیز ثابت در نظر گرفته می شوند [8]. ماتریس  $G$  با استفاده از روش عددی ارائه شده در مرجع [15] به صورت یک ماتریس  $2 \times 2$  قابل محاسبه است. اگر مقادیر ویژه ماتریس  $G$ ،  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$ ، دارای قدرمطلق کوچکتر از یک باشند، در این صورت پاسخ سیستم محدود بوده و سیستم به طور

$T_f$  عبارت از پریود اصلی سیستم با احتساب  $\frac{E}{G} = 2.5$  برای فولاد و جایگزینی پارامترهای سیستم پارامتر بدون بعد  $F$  برابر است با [15]:

$$F = \left[ 0.267 + 711(0.015 + x)^2 \right] \left[ \frac{h_m}{\theta_m(0.015 + x)} \right]^2 \quad (18)$$

برای رسم نمودارهای پایداری از دو پارامتر بدون بعد نسبت فرکانسی  $\frac{\omega}{\omega_n}$  و نسبت دامنه تحریک  $\frac{h_m}{R_0}$  استفاده می شود.  $R_0$  عبارت است از شعاع دایره اولیه بادامک و فرکانس طبیعی معادل  $\omega_n$  برابر است با  $\omega_n = \left( \frac{k_c}{M} \right)^{1/2}$  که  $k_c$  سختی معادل در جهت قائم است و توسط معادله (8) تعریف شده است.  $\omega$  فرکانس تحریک است و  $\omega = \frac{\theta_m}{t_m}$ .

#### 5- تحلیل پایداری سیستم

##### 5-1- معیار پایداری فلوکه و ماتریس مونودرومی (انتقال)

در سال 1883 فلوکه تئوری را ارائه کرد که در بررسی پایداری سیستمهای خطی دارای پارامترهای پریودیک نقش اساسی دارد. در اینجا این تئوری به طور اختصار بیان می شود. معادلات دیفرانسیل حالت با ضرایب پریودیک را به صورت زیر در نظر بگیرید:

$$\dot{\tilde{y}}(t) = A(t)\tilde{y}(t) + F(t) \quad (19)$$

که در آن ماتریس  $A$  و بردار  $F$  پریودیک اند. یعنی:

$$A(t) = A(t+T_a), \quad F(t) = F(t+T_f) \quad (20)$$

در حالت پایدار برای پاسخ سیستم می توان نوشت:

$$\tilde{y}(t+T) = \tilde{y}(t) \quad (21)$$

پریود اصلی پاسخ  $T$  عبارت است از کوچکترین مضرب مشترک پریودهای  $T_a$  و  $T_f$ . مطابق تئوری فلوکه، حل معادله فوق را می توان به صورت زیر بیان کرد:

$$\tilde{y}(t) = \tilde{P}(t)e^{Rt} \quad (22)$$

بادامک در نظر گرفته شده است. همچنین حرکت‌های از نوع RDRD و DRRD که بیشتر مورد استفاده اند، انتخاب شده اند. با نسبت دادن حرکت بادامک به حداکثر تغییر مکان بادامک  $h_m$  تغییر مکان بدون بعد شده و با  $H$  نشان داده شده است. زمان بدون بعد نیز با  $T = \frac{t}{t_m}$  تعریف شده که  $t_m$  زمان رفت بادامک است. برای حرکت از نوع RDRD زمانهای سکون با  $t_{d1}$  و  $t_{d2}$  نشان داده می شوند. برای حرکت از نوع DRRD زمان سکون  $t_d$  است. زمان برگشت با  $t_r$  تعریف می شود. تغییر مکان بادامک در حرکت رفت برحسب زمان بدون بعد  $T$  بیان می شود. در زمان رفت  $0 \leq T \leq 1$  است. با فرض:

$$a = \frac{t_{d1}}{t_m}, \quad b = \frac{t_r}{t_m}, \quad c = T_f, \quad d = \frac{t_{d2}}{t_m} \quad (31)$$

زمان برگشت بدون بعد برای حرکت از نوع RDRD عبارت است از  $1 + a \leq T \leq 1 + a + b$ . با تعریف زمان جدید  $T' = \frac{T - (1+a)}{b}$  زمان برگشت بدون بعد نیز عبارت است از  $0 \leq T' \leq 1$ . برای حرکت از نوع DRRD زمان برگشت عبارت است از  $1 \leq T \leq 1 + b$ . در این حالت با تعریف زمان جدید  $T' = \frac{T - 1}{b}$ ، زمان برگشت را می توان به صورت  $0 \leq T' \leq 1$  نشان داد. دو سکون برای حرکت بادامک از نوع RDRD وجود دارد. در سکون اول در فاصله زمانی  $1 \leq T \leq 1 + a$  خواهیم داشت:

$$H = 1.0 \quad \text{و} \quad \dot{H} = \ddot{H} = 0 \quad (32)$$

در حین سکون دوم در فاصله زمانی  $1 + a + b \leq T \leq c$  می توان نوشت:

$$H = \dot{H} = \ddot{H} = 0 \quad (33)$$

در بادامک با حرکت از نوع DRRD فقط یک سکون وجود دارد که توسط معادله (۳۳) داده شده و در فاصله زمانی  $1 + b \leq T \leq c$  رخ می دهد.

### ۶-۱- پروفیل هارمونیک

شتاب حرکت این بادامک پیوسته و هموار است ولی در انتهای قسمت سکون دارای تغییر ناگهانی است و لذا تکان

پارامتری پایدار خواهد بود. ولی اگر قدرمطلق هر یک از  $\lambda_1$  و  $\lambda_2$  بزرگتر از یک باشد پاسخ نامحدود بوده و سیستم به طور پارامتری ناپایدار است.

با توجه به اینکه حاصلضرب مقادیر ویژه یک ماتریس برابر دترمینان آن است، برای سیستم استهلاکی موجود می توان نوشت:

$$|G| = \lambda_1 \lambda_2 = e^{-2\overline{\xi}\omega_n T} \quad (27)$$

که در این معادله  $\overline{\xi}\omega_n$  حاصلضرب نسبت استهلاک و فرکانس طبیعی سیستم در یک سیکل است. مقادیر ویژه یا هر دو حقیقی اند و یا مختلط مزدوج اند. برای سیستمهای بدون استهلاک  $|G| = 1$  است. در این حالت اگر مقادیر ویژه مختلط مزدوج باشند می توان فرض کرد:

$$\lambda_1 = a + ib \quad \text{و} \quad \lambda_2 = a - ib \quad (28)$$

از آنجا که حاصلضرب مقادیر ویژه برابر واحد است در این حالت قدرمطلق هر یک از مقادیر ویژه نیز برابر واحد است و پاسخ سیستم محدود بوده و سیستم پایدار است. از طرفی اگر مقادیر ویژه حقیقی باشند آنها را می توان به صورت زیر نوشت:

$$\lambda_1 = a + b \quad \text{و} \quad \lambda_2 = a - b \quad (29)$$

در این صورت نیز حاصلضرب مقادیر ویژه برابر واحد است و می توان نتیجه گرفت  $a = (1 + b^2)^{\frac{1}{2}}$ . بنابراین یکی از مقادیر ویژه بزرگتر از یک بوده و سیستم ناپایدار است.

در سیستمهای استهلاکی شرایط پایداری عبارت است از [۸]:

$$|tr[G]| < 1 + |G| \quad \text{و} \quad |G| \leq 1 \quad (30)$$

در این معادله  $tr[G] = \lambda_1 + \lambda_2$  است.

### ۶- انواع پروفیلهای بادامک

طراحی پروفیل بادامک به خصوص در سرعتهای بالا باید به گونه ای باشد که منحنیهای تغییر مکان، سرعت، شتاب و تغییرات شتاب نسبت به زمان، منحنیهای پیوسته بوده و تغییرات ناگهانی نداشته باشند.

حرکت پیرو به نوع پروفیل بادامک بستگی دارد. در این تحقیق، پروفیلهای هارمونیک و چند جمله ای درجه هشت برای



با روش رانگ-کوتای مرتبه چهار حل می شود. سرعت زاویه‌ای بادامک 2500 rpm و نوع حرکت بادامک DRRD در نظر گرفته شده است. شکل‌های (۴) و (۵) منحنی تغییرات شتاب سوپاپ و نیروی پیرو را برای پروفیل درجه هشت نشان می‌دهند.

با توجه به مدل در نظر گرفته شده، سری شدن فنر معادل پیرو و فنرهای معادل محور بادامک سبب می شود که مقدار سختی معادل سیستم از سختی فنر معادل پیرو کمتر شود. از شکل (۵) مشاهده می شود که در سرعت 2500 rpm پرش اتفاق می‌افتد. اگر انعطاف پذیری محور در نظر گرفته نشود، در این سرعت پرش وجود نخواهد داشت.

به علت اینکه نیروی اصطکاک لولای بازوی نوسان کننده در طی نیم سیکل برگشت نیروی پیرو را کاهش می دهد، هر چه ضریب اصطکاک دینامیکی بیشتر باشد، مقدار سرعت زاویه‌ای که در آن پدیده پرش اتفاق می افتد کمتر است. از آنجا که تنها محدود کننده سرعت کاری مکانیزم، پرش پیرو است باید سعی شود که اصطکاک لولای بازوی نوسان کننده مینیمم شود تا پرش دیرتر اتفاق بیفتد.

#### ۲-۷- نمودارهای پایداری

برای بررسی پایداری سیستم بادامک-پیرو، قسمت همگن معادله حرکت بدون بعد سیستم، معادله (۱۵)، در نظر گرفته می شود. نسبت زمان برگشت به زمان رفت  $b = 1$ ، شعاع دایره اولیه  $R_0 = 2$  و نسبت‌های سختی  $\frac{k_y}{k_p} = 0.5$ ،  $\frac{k_y}{k_\theta} = 1.0$  و  $k_y = 100$  به عنوان مبنا در نظر گرفته می شوند. در ابتدا حالت بدون اصطکاک بررسی می شود.

نمودارهای پایداری برای حرکت از نوع RDRD و بدون احتساب اصطکاک برای پروفیل‌های چند جمله‌ای درجه هشت و هارمونیک به ترتیب در شکل‌های (۶) و (۷) نشان داده شده اند. در این نمودارها، نقاط ناپایدار با ضربدر مشخص شده اند.

نواحی ناپایدار از نقاطی با نسبت فرکانسی  $\frac{\omega}{\omega_n} = \frac{2}{n}$ ، که  $n$

(مشق سوم تغییر مکان) بی نهایت خواهد بود. معادلات سینماتیکی قسمتهای رفت و برگشت به صورت زیر مشخص می‌شوند [۱۳]:

$$\begin{aligned} H &= 0.5(1 - \cos \pi T) \quad , \quad \dot{H} = 0.5\pi \sin \pi T \quad , \\ \ddot{H} &= 0.5\pi^2 \cos \pi T \end{aligned} \quad (34)$$

برگشت:

$$\begin{aligned} H &= 1 - 0.5(1 - \cos \pi T') \quad , \quad \dot{H} = -\frac{\pi}{2b} \sin \pi T' \quad , \\ \ddot{H} &= -\frac{1}{2} \left(\frac{\pi}{b}\right)^2 \cos \pi T' \end{aligned} \quad (35)$$

#### ۲-۶- پروفیل چند جمله‌ای درجه هشت

این پروفیل نیز برای بادامک‌های سریع مناسب است. معادلات سینماتیک قسمت‌های رفت و برگشت به صورت زیر بیان می‌شوند [۱۳]:

$$\begin{aligned} H &= 6.0975T^3 - 20.7804T^5 + 26.7315T^6 - 13.6095T^7 + 2.5609T^8 \\ \dot{H} &= 18.2926T^2 - 103.902T^4 + 160.3893T^5 - 95.2675T^6 \\ &+ 20.4876T^7 \\ \ddot{H} &= 36.5853T - 415.608T^3 + 801.9465T^4 - 571.6053T^5 \\ &+ 143.4132T^6 \end{aligned} \quad (36)$$

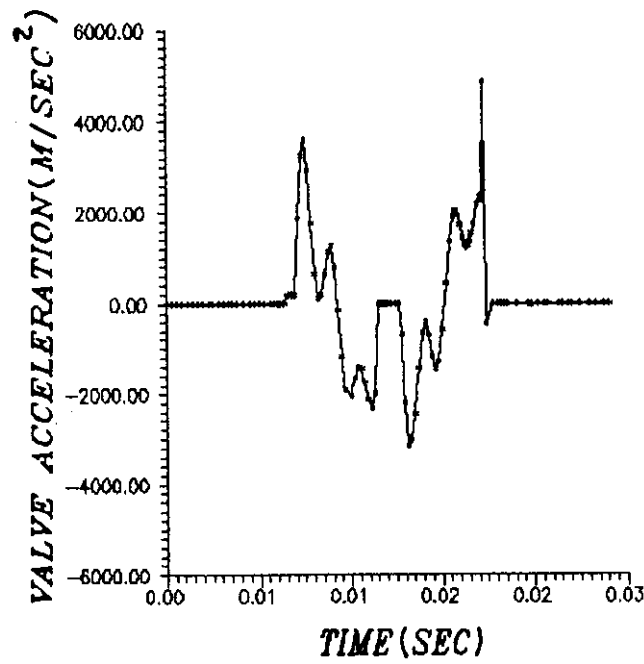
برگشت:

$$\begin{aligned} H &= 1 - 2.6341T'^2 + 2.7805T'^5 + 3.1706T'^6 - \\ &6.8779T'^7 + 2.5609T'^8 \\ \dot{H} &= \frac{1}{b}[-5.2683T' + 13.9027T'^4 + \\ &19.0236T'^5 - 48.1456T'^6 + 20.4876T'^7] \\ \ddot{H} &= \frac{1}{b^2}[-5.2683 + 55.611T'^3 + 95.118T'^4 - \\ &288.8739T'^5 + 143.4132T'^6] \end{aligned} \quad (37)$$

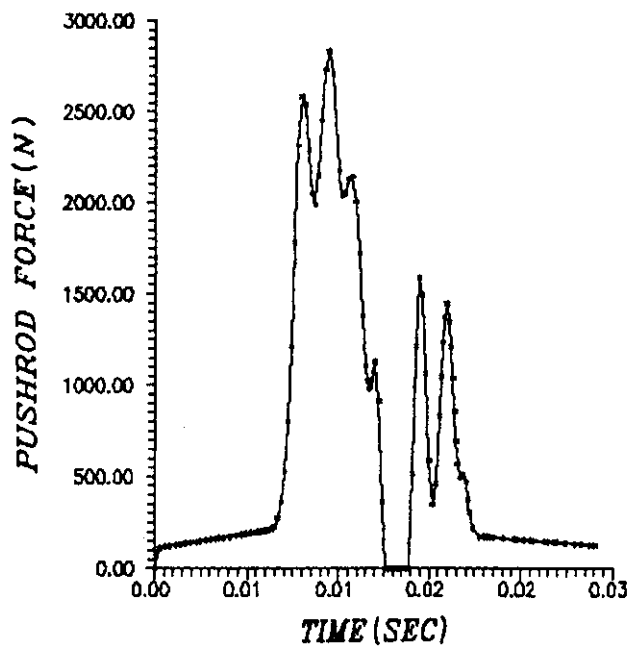
#### ۷- نتایج

##### ۱-۷- پاسخ دینامیکی سیستم

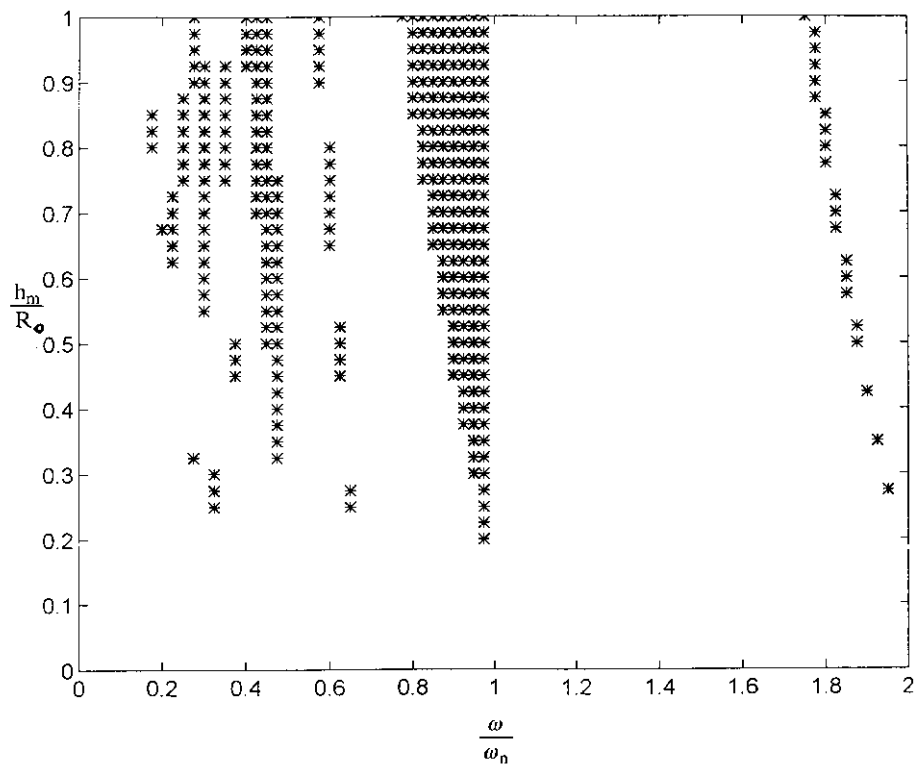
برای به دست آوردن پاسخ دینامیکی سیستم، ابتدا معادله حرکت به یک دستگاه معادله دیفرانسیل مرتبه اول تبدیل شده و سپس



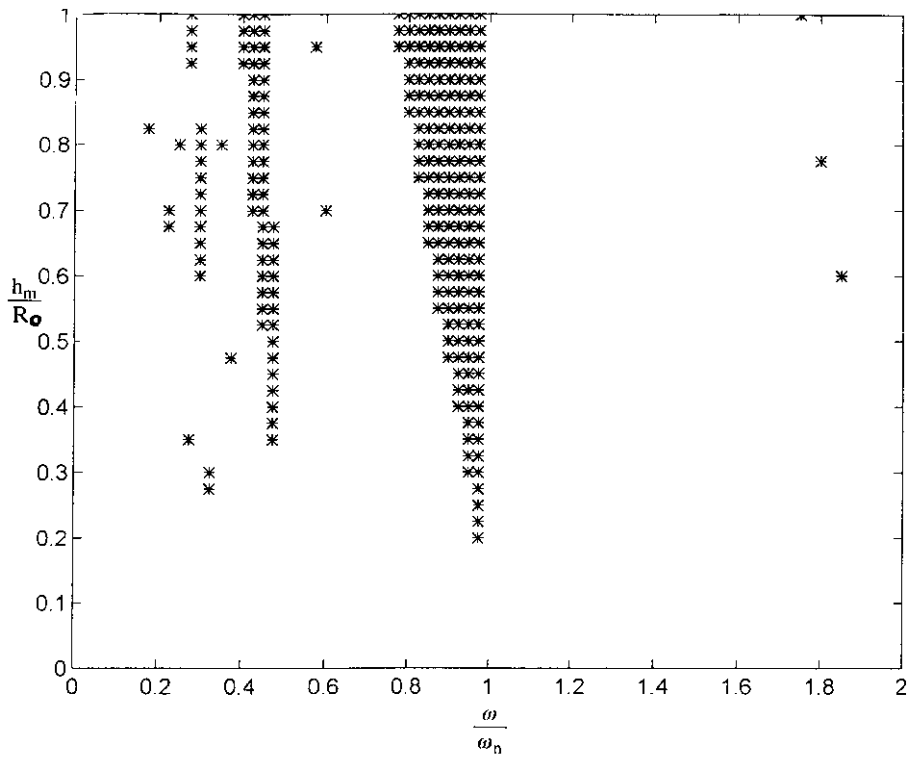
شکل ۴- منحنی تغییرات شتاب سوپاپ برای پروفیل چند جمله ای درجه هشت در سرعت 2500rpm



شکل ۵- منحنی تغییرات نیروی پیرو در یک سیکل گردش بادامک چند جمله ای درجه هشت در سرعت 2500 rpm



شکل ۶- نمودار پایداری برای حرکت RDRD ، پروفیل چند جمله ای درجه هشت،  $\xi = 0.0$  و  $\mu = 0.0$



شکل ۷- نمودار پایداری برای حرکت RDRD ، پروفیل هارمونیک،  $\xi = 0.0$  و  $\mu = 0.0$

### ۷-۳- اثرات استهلاک ویسکوز و اصطکاک کولمب

نمودارهای پایداری برای حرکت از نوع RDRD با در نظر گرفتن نسبت استهلاک ویسکوز  $\xi = 0.03$  و بدون اصطکاک کولمب ( $\mu_d = 0.0$ ) برای پروفیل‌های چند جمله‌ای درجه هشت و هارمونیک به ترتیب در شکل‌های (۱۰) و (۱۱) ترسیم شده‌اند. از مقایسه این شکل‌ها با شکل‌های (۶) و (۷) مشاهده می‌شود بعضی از نواحی ناپایدار حذف شده‌اند و بعضی کوچکتر شده‌اند. بنابراین وجود استهلاک ویسکوز نواحی ناپایدار را کاهش داده و باعث پایداری حرکت سیستم می‌شود.

نمودارهای مشابهی برای حرکت از نوع DRRD در شکل‌های (۱۲) و (۱۳) رسم شده‌اند. از مقایسه این شکل‌ها با شکل‌های (۸) و (۹) دیده می‌شود که نواحی ناپایدار کوچکتر شده و به نسبت دامنه بزرگتر منتقل می‌شوند. به عبارت دیگر می‌توان نسبت دامنه بزرگتری را اختیار کرد و مشابه حالت قبل، استهلاک ویسکوز باعث پایداری شدن حرکت سیستم شده است. بنابراین تشدید پارامتری در صورتی رخ می‌دهد که دامنه تحریک از مقدار معینی که به استهلاک سیستم مربوط می‌شود، بزرگتر باشد. همچنین پروفیل هارمونیک در مقایسه با پروفیل چند جمله‌ای درجه هشت حرکت پایداری را نشان می‌دهد.

برای به دست آوردن اثر اصطکاک کولمب،  $\frac{R_1}{R_2} = 0.5$ ،

$\frac{R_r}{R_2} = 0.3$  و  $\frac{k_v}{k_c} = 0.05$  در نظر گرفته شده‌اند. شکل (۱۴)

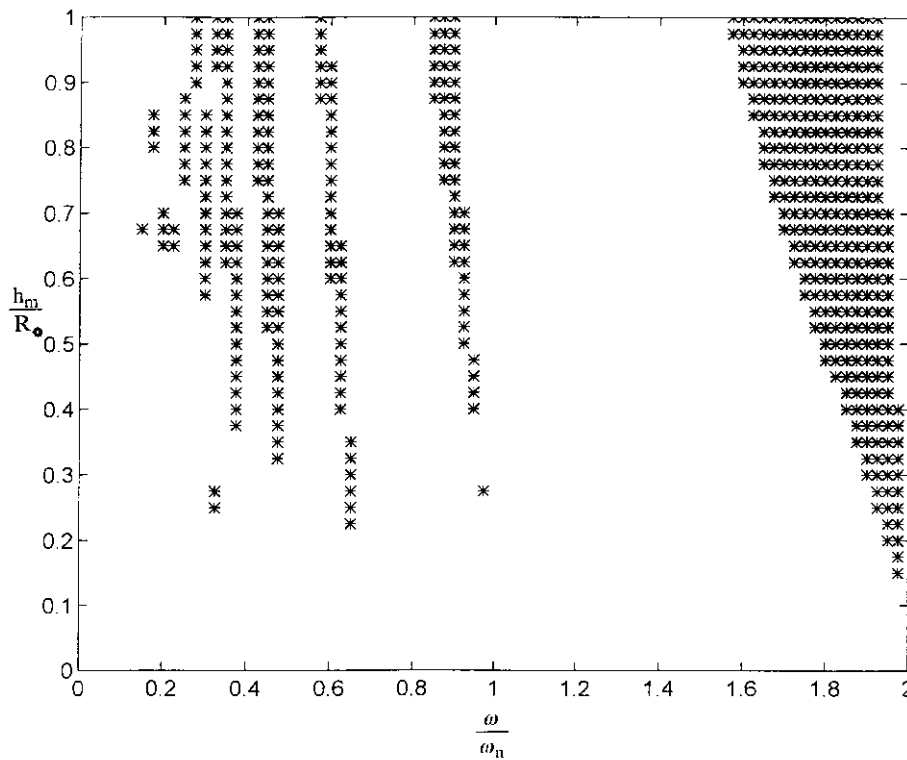
نمودار پایداری را برای حرکت از نوع RDRD، برای پروفیل چند جمله‌ای درجه هشت نشان می‌دهد. این نمودار با نسبت استهلاک ویسکوز  $\xi = 0.03$  و ضریب اصطکاک کولمب  $\mu_d = 0.2$  رسم شده است. نمودار مشابهی در شکل (۱۵) برای حرکت از نوع DRRD رسم شده و در آن ناحیه ناپایدار قابل توجهی در مجاورت نسبت فرکانس  $\frac{\omega}{\omega_n} = 1$  مشاهده می‌شود. در صورتی که حرکت از نوع RDRD پایداری بوده و فقط نواحی ناپایدار کوچکی در نسبت‌های دامنه تحریک بزرگ

عدد صحیح است، منشعب می‌شود. ناحیه‌ای که از

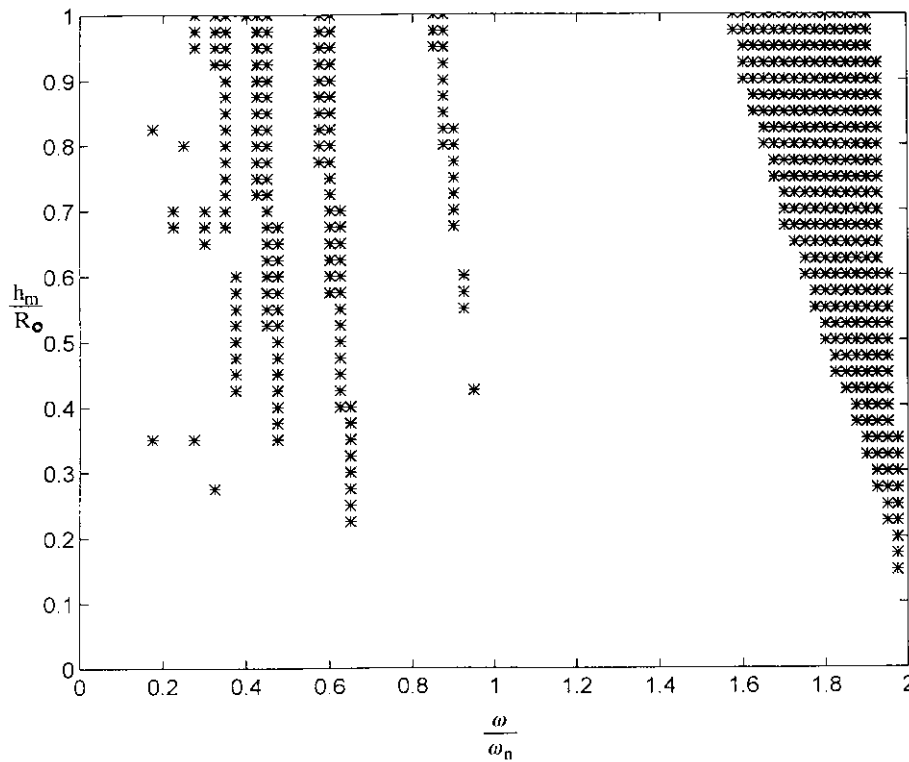
$$\frac{\omega}{\omega_n} = 2$$
 منشعب می‌شوند به  $n = 1$  مربوط بوده و به ناحیه

ناپایدار اولیه موسوم است. نواحی که به  $n = 2, 3, \dots$  مربوط‌اند نواحی ناپایدار ثانویه نامیده می‌شوند. نواحی ناپایداری که به مقادیر زوج  $n$  مربوط می‌شوند از نواحی ناپایدار مربوط به مقادیر فرد  $n$  وسیع‌ترند. در پروفیل چند جمله‌ای درجه هشت نواحی ناپایدار در نسبت‌های فرکانس پایین محسوس‌تر است. در صورتی که پروفیل هارمونیک در نسبت‌های فرکانسی پایین دارای نواحی ناپایدار باریکتری است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت برای سرعت‌های کم پروفیل هارمونیک مناسب‌تر از پروفیل چند جمله‌ای درجه هشت است.

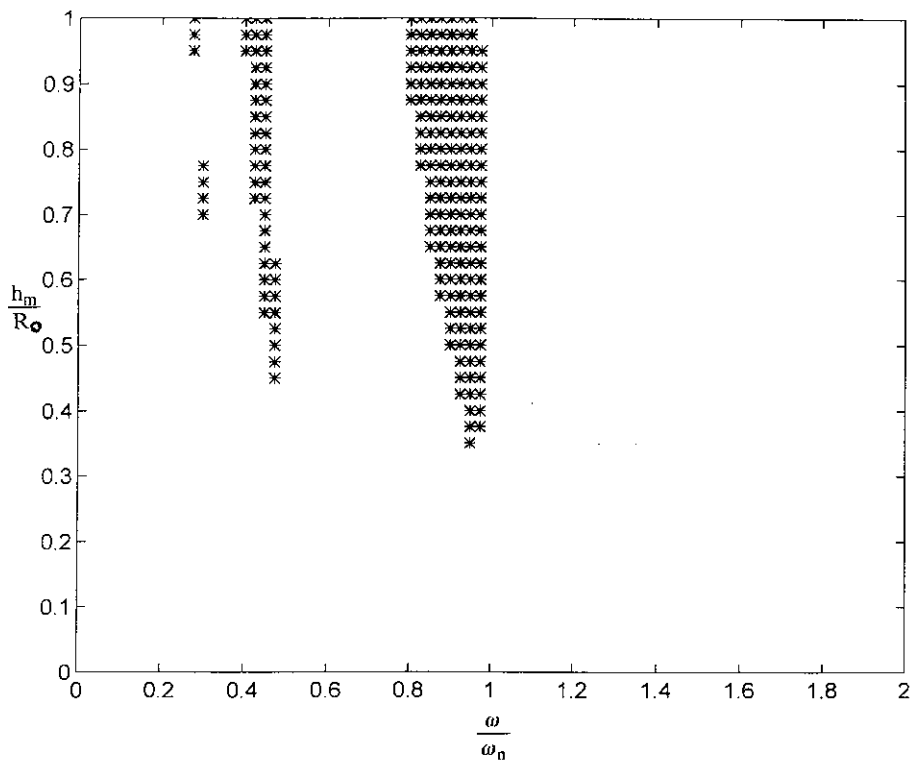
نمودارهای پایداری برای حرکت از نوع DRRD برای پروفیل‌های چند جمله‌ای درجه هشت و هارمونیک به ترتیب در شکل‌های (۸) و (۹) رسم شده‌اند. نتایج حاصل از این نوع حرکت نشان دهنده محسوس تر بودن ناحیه ناپایدار اولیه است. نمودارهای پایداری نشان می‌دهند که تأثیر نوع حرکت بادامک بر روی پایداری سیستم بیش از تأثیر نوع پروفیل بادامک است. در دو نوع حرکت انتخاب شده نواحی ناپایدار وسیع‌تر در نسبت‌های فرکانسی مختلفی قرار دارند. در حرکت RDRD ناحیه ناپایدار ثانویه ( $n = 2$ ) و در حرکت DRRD ناحیه ناپایدار اولیه ( $n = 1$ ) وسیع‌ترند. علت این امر متفاوت بودن محتوای هارمونیک جمله‌های پرریز معادله حرکت است. در حرکت RDRD ضریب سری فوریه در هارمونی دوم بزرگتر از بقیه است و در حرکت از نوع DRRD ضریب هارمونی اول بزرگتر از بقیه ضرایب است. به عبارت دیگر، باریکتر بودن بعضی از نواحی ناپایدار نشان دهنده کوچکتر بودن ضرایب سری فوریه مربوط به آن هارمونی‌هاست. ضرایب معادله حرکت تابعی از پارامتر سختی  $F$  اند و  $F$  نیز تابعی از  $\tan \alpha$  است. از آنجا که  $\tan \alpha$  متناسب است با حداکثر جابه‌جایی پیرو  $h_m$ ، افزایش  $h_m$  باعث ناپایداری سیستم می‌شود. بدین علت است که نواحی ناپایدار با افزایش پارامتر دامنه  $\frac{h_m}{r_0}$ ، بهتر می‌شوند.



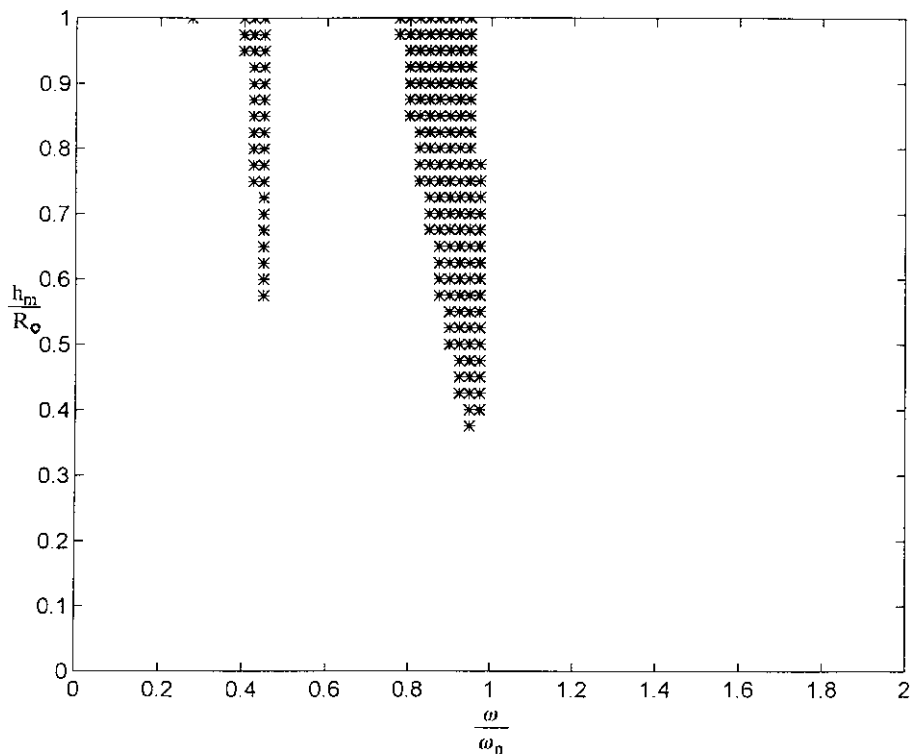
شکل ۸- نمودار پایداری برای حرکت DRRD، پروفیل چند جمله ای درجه هشت،  $\xi = 0.0$  و  $\mu = 0.0$



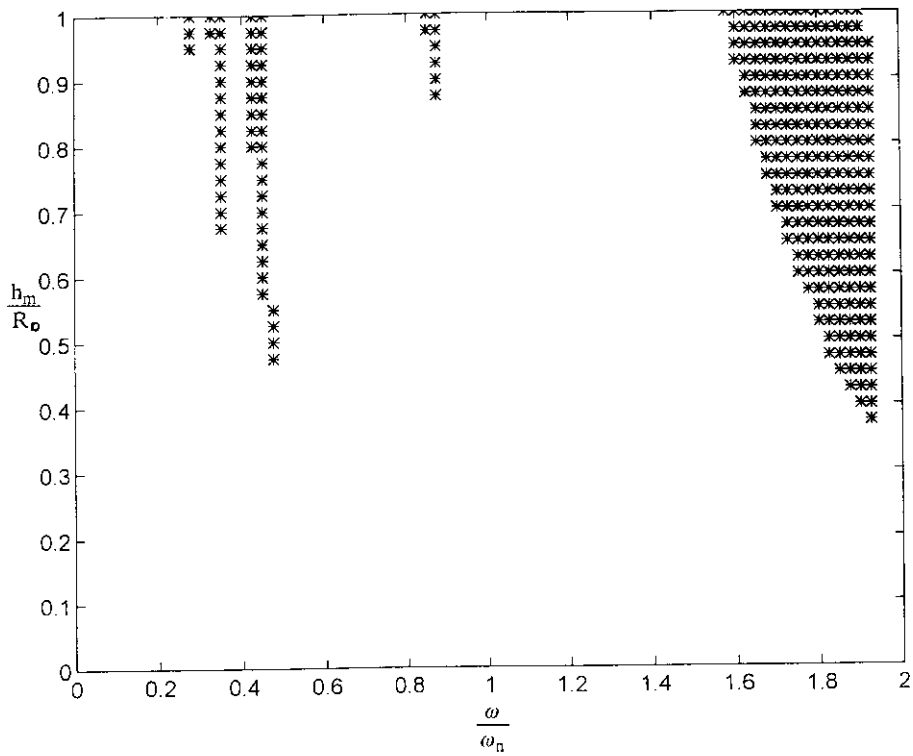
شکل ۹- نمودار پایداری برای حرکت DRRD، پروفیل هارمونیک،  $\xi = 0.0$  و  $\mu = 0.0$



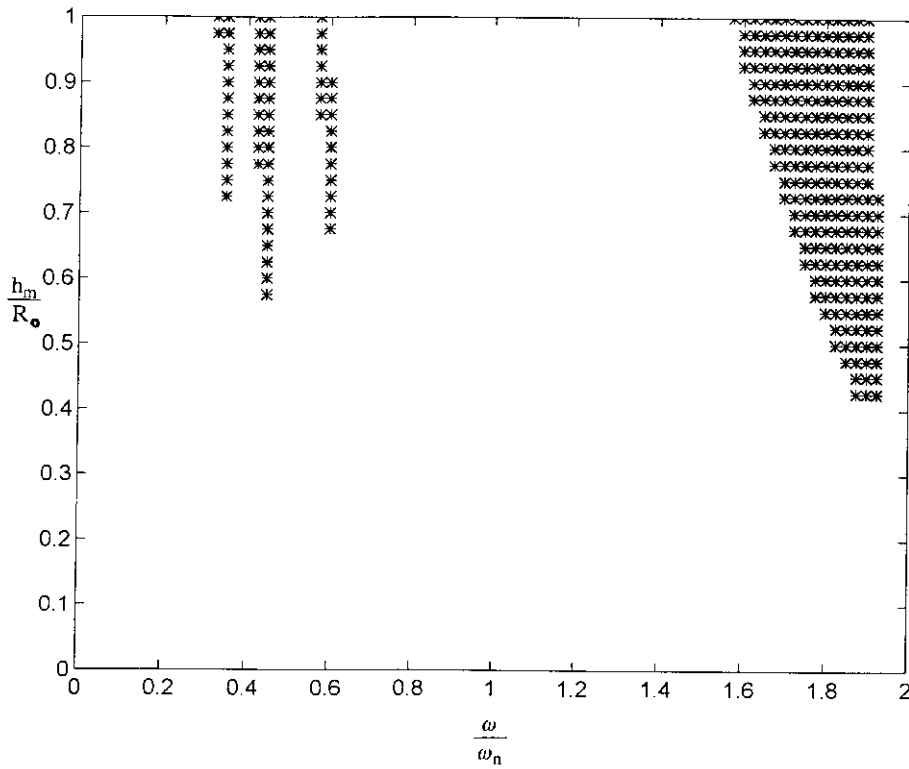
شکل ۱۰- نمودار پایداری برای حرکت RDRD ، پروفیل چند جمله ای درجه هشت، ،  $\xi = 0.03$  و  $\mu = 0.0$



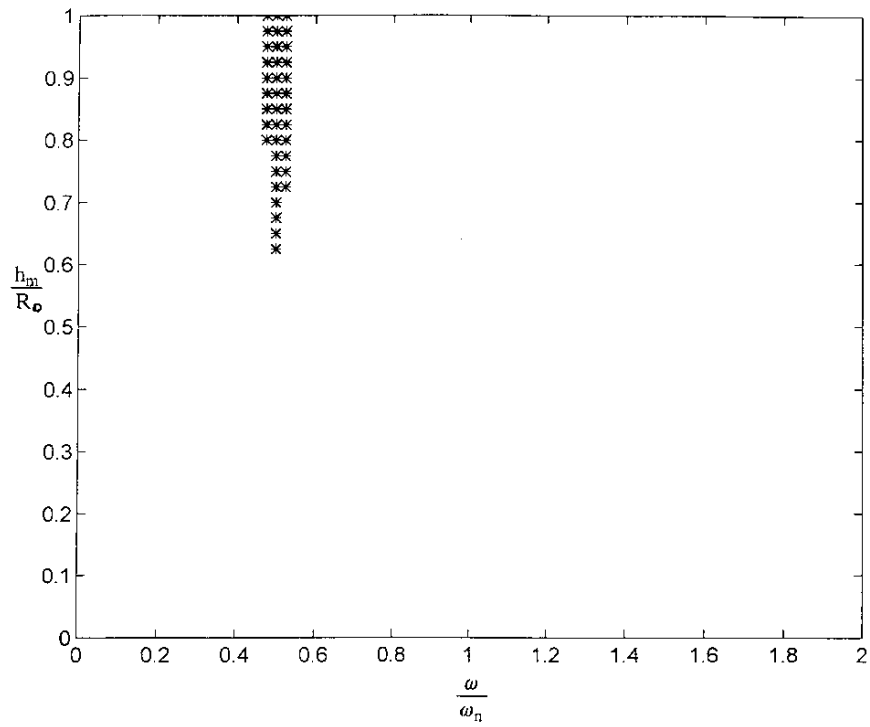
شکل ۱۱- نمودار پایداری برای حرکت RDRD ، پروفیل هارمونیک، ،  $\xi = 0.03$  و  $\mu = 0.0$



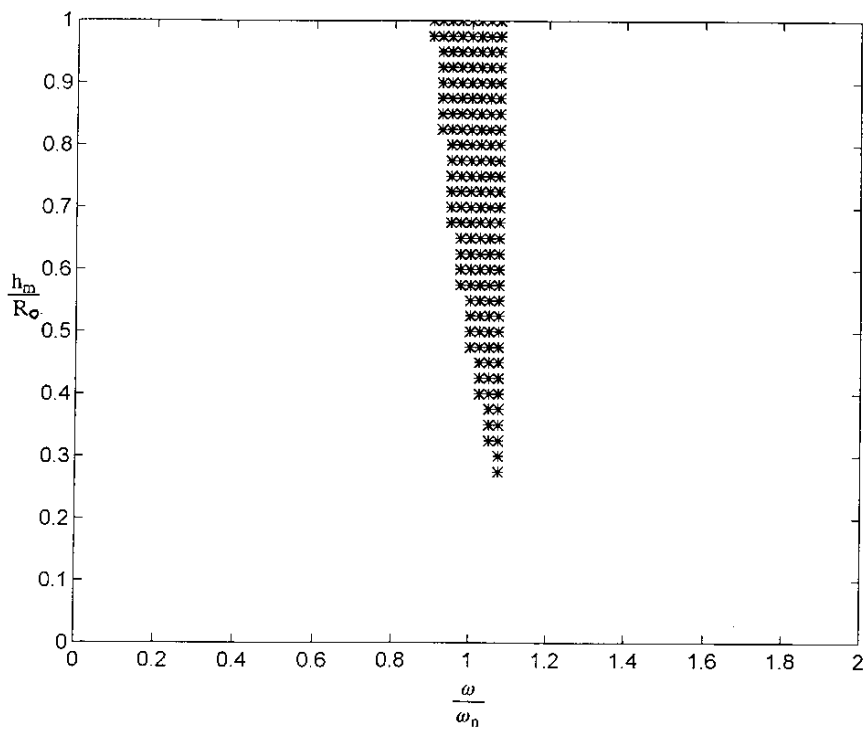
شکل ۱۲- نمودار پایداری برای حرکت DRRD ، پروفیل چند جمله ای درجه هشت ،  $\xi = 0.03$  و  $\mu = 0.0$



شکل ۱۳- نمودار پایداری برای حرکت DRRD ، پروفیل هارمونیک ،  $\xi = 0.03$  و  $\mu = 0.0$



شکل ۱۴- نمودار پایداری برای حرکت RDRD ، پروفیل چند جمله ای درجه هشت،  $\xi = 0.03$  و  $\mu = 0.2$



شکل ۱۵- نمودار پایداری برای حرکت DRRD ، پروفیل چند جمله ای درجه هشت،  $\xi = 0.03$  و  $\mu = 0.2$



برگشتی به سختی فنر معادل را در جهت عمودی  $\frac{k_v}{k_c} = 0.005$  در نظر می‌گیریم. بقیه مقادیر پارامترها مشابه حالت اولیه‌اند. از شکل (۱۸) و مقایسه آن با شکل (۱۴) مشاهده می‌شود که کاهش سختی فنر برگشتی باعث افزایش ناحیه ناپایدار می‌شود. از معادله (۱۷) نیز می‌توان نتیجه گرفت که کاهش سختی فنر برگشتی باعث کاهش سختی و در نتیجه ناپایداری بیشتر سیستم می‌شود.

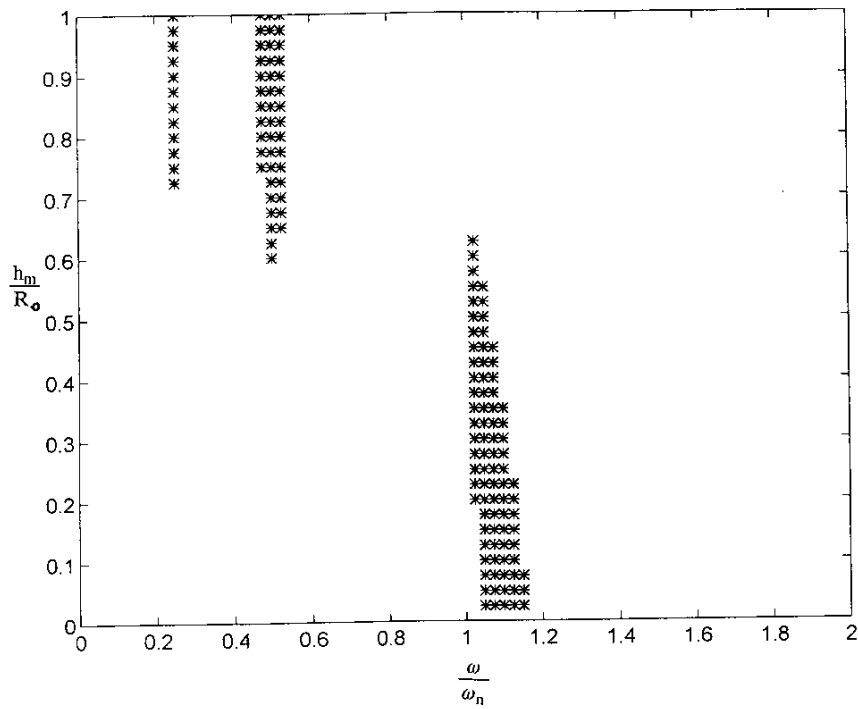
### ۸- بحث و نتیجه‌گیری

نتایج حاصل از بررسی پایداری سیستم نشان می‌دهد که در حالت بدون استهلاک، برای نسبت دامنه تحریک کوچک در تمام نسبت‌های فرکانسی پاسخ سیستم بادامک-پیرو پایدار است. با ادغام استهلاک ویسکوز به سیستم، نقاط نوک نواحی ناپایدار به قسمت بالای محور  $\frac{\omega}{\omega_n}$  منتقل می‌شود و نواحی ناپایدار در نسبت دامنه تحریک  $\frac{h_m}{R_0} < 0.35$  مشاهده نمی‌شود. البته در بیشتر موارد عملی سیستمهای بادامک-پیرو در این ناحیه کار می‌کنند. در حرکت از نوع RDRD نواحی ناپایدار در نسبت دامنه تحریک بزرگتر و نسبت فرکانس کم به وجود می‌آید، در صورتی که حرکت از نوع DRRD دارای نواحی ناپایدار بزرگی در نزدیکی  $\frac{\omega}{\omega_n} = 2$  است. لذا می‌توان نتیجه گرفت که برای جلوگیری از ناپایداری سیستم در هنگام افزایش نسبت فرکانس، نسبت دامنه باید کاهش یابد. به عبارت دیگر، در سرعتهای بالا حداکثر تغییر مکان بادامک برای اطمینان از پایداری سیستم باید کمتر باشد. در صورتی که تغییر مکان بزرگتری لازم باشد، سرعت باید کاهش یابد و یا شعاع دایره اولیه باید افزایش یابد تا نسبت دامنه کمتر شود. افزودن استهلاک کولمب به سیستم باعث پایداری بیشتر حرکت می‌شود. فقط در حرکت از نوع DRRD ناحیه ناپایدار قابل توجهی در مجاورت  $\frac{\omega}{\omega_n} = 1$  به وجود می‌آید. این ناحیه ناپایدار در حرکت بدون استهلاک کولمب در مجاورت  $\frac{\omega}{\omega_n} = 2$  قرار دارد. بنا بر این در سیستمهایی که دارای هر دو

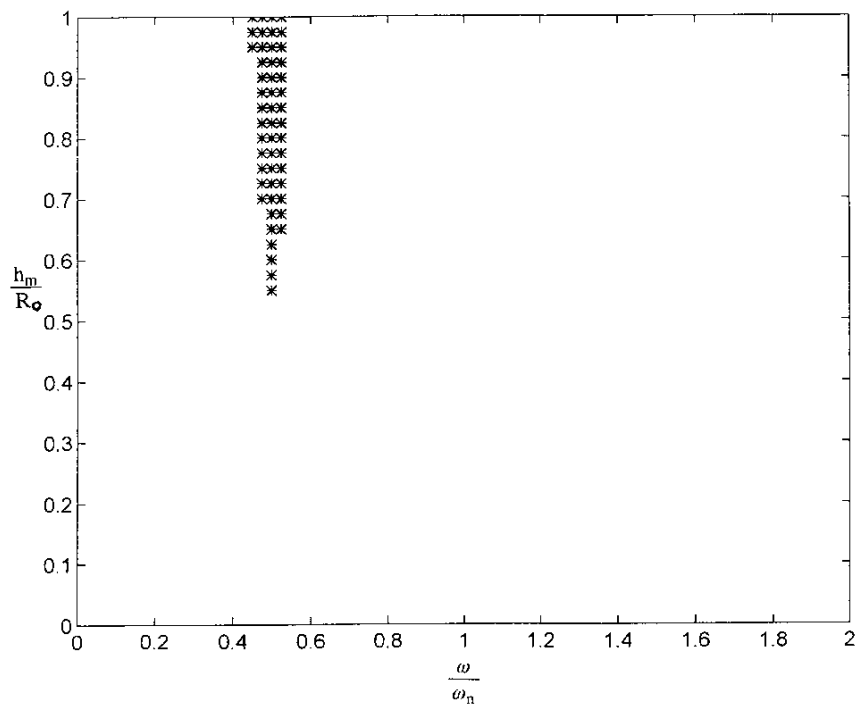
$\frac{h_m}{R_0} > 0.6$  و  $\frac{\omega}{\omega_n} = 0.5$  وجود دارد. نمودارهای پایداری مربوط به پروفیل هارمونیک تفاوت محسوسی با نمودارهای پایداری مربوط به پروفیل چند جمله‌ای درجه هشت ندارند و لذا ارائه نشده‌اند. مقایسه این نمودارها با نمودارهای مربوط به حالت بدون استهلاک کولمب نتیجه می‌دهد که استهلاک کولمب به مقدار قابل توجهی حرکت سیستم را پایدار نموده و اثر آن در پایدار کردن سیستم بیش از اثر استهلاک ویسکوز است. انتقال ناحیه ناپایدار ثانویه ( $n = 2$ ) به نسبت فرکانسی کوچکتر ( $n = 4$ ) در حرکت RDRD، همچنین انتقال ناحیه ناپایدار اولیه به ثانویه در حرکت DRRD، به واسطه تغییر مقادیر ضرایب هارمونیکهای مربوط به بسط سری فوریه ضرایب پیرویدیک معادله حرکت است که اصطکاک کولمب نیز به آنها اضافه شده است. افزایش ضریب اصطکاک کولمب به مقدار  $\mu_h = 0.35$  باعث ایجاد ناحیه ناپایدار جدیدی در مجاورت نسبت فرکانس  $\frac{\omega}{\omega_n} = 1$  می‌شود شکل (۱۶). این ناحیه ناپایدار در نسبتهای دامنه تحریک کوچک بهتر بوده و با افزایش نسبت دامنه تحریک باریکتر شده و به تدریج حذف می‌شود. بنابراین استهلاک کولمب می‌تواند سیستم را برای مقادیر خیلی کوچک نسبت دامنه نیز ناپایدار کند.

### ۷-۴ اثر تغییر در سختی سیستم

پارامتر سختی بدون بعد F تابعی است از مقادیر  $k_p$  و  $k_y$ . برای بررسی اثر تغییر در سختی پیرو و سختی فنر برگشتی بر روی پایداری سیستم، پروفیل بادامک را از نوع چند جمله‌ای درجه هشت و نوع حرکت را RDRD در نظر می‌گیریم. ابتدا مقدار نسبت سختی به  $\frac{k_y}{k_p} = 0.2$  کاهش پیدا کرده و بقیه پارامترها مشابه حالت قبل‌اند. شکل (۱۷) نمودار پایداری را برای این حالت نشان می‌دهد. از مقایسه این نمودار با شکل (۱۴) می‌توان نتیجه گرفت که افزایش سختی پیرو در این محدوده تأثیر قابل ملاحظه‌ای بر پایداری سیستم ندارد. برای بررسی اثر کاهش سختی فنر برگشتی، مقدار نسبت سختی فنر

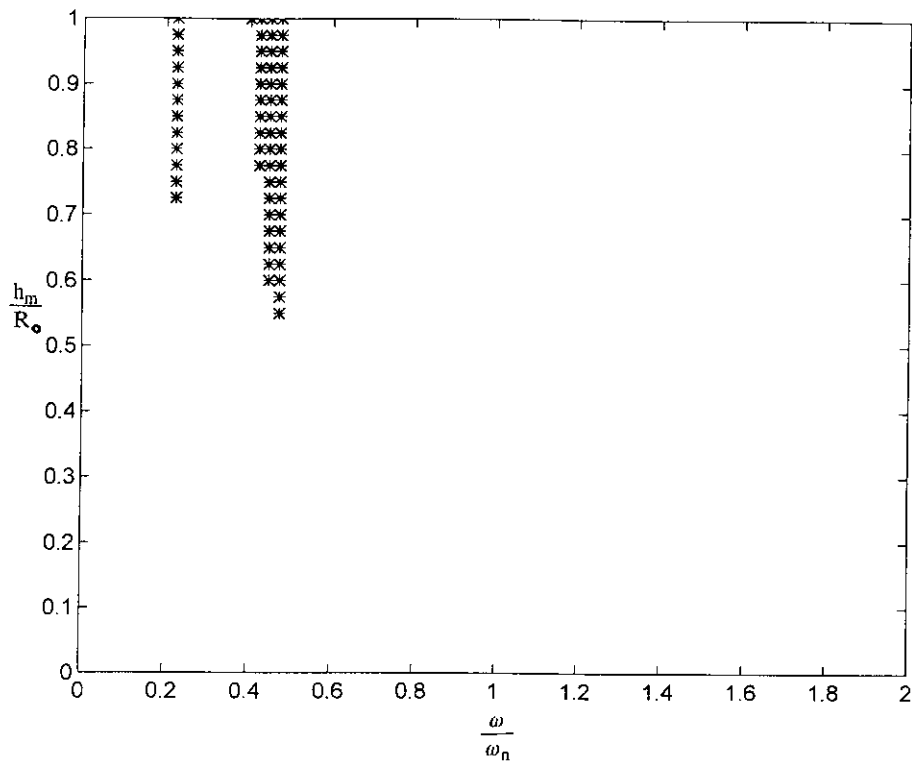


شکل ۱۶- نمودار پایداری برای حرکت RDRD ، پروفیل چند جمله ای درجه هشت، ،  $\xi = 0.03$  و  $\mu = 0.35$



شکل ۱۷- نمودار پایداری برای حرکت RDRD ، پروفیل چند جمله ای درجه هشت، ،  $\xi = 0.03$  و

$$\frac{k_y}{k_p} = 0.2 \text{ و } \mu = 0.2$$



شکل ۱۸- نمودار پایداری برای حرکت RDRD، پروفیل چند جمله ای درجه هشت،  $\xi = 0.03$  و

$$\frac{k_v}{k_c} = 0.005 \text{ و } \mu = 0.2$$

نسبتهای دامنه کوچک پهنتر بوده و با افزایش نسبت دامنه به تدریج باریکتر می شود.

### قدردانی

از معاونت پژوهشی دانشگاه صنعتی اصفهان که هزینه اجرای این تحقیق را به عهده داشته است تشکر و قدردانی می شود.

نوع استهلاک ویسکوز و کولمباند حرکت از نوع RDRD مناسبتر و پایدارتر است. ازدیاد استهلاک کولمب به مقداری بیش از حد معمول ( $\mu_d > 0.3$ ) باعث ایجاد ناحیه ناپایدار جدیدی می شود که با نواحی ناپایدار قبلی کاملاً متفاوت است. این ناحیه ناپایدار که در مجاورت  $\frac{\omega}{\omega_n} = 1$  به وجود می آید در

### واژه نامه

- |                 |                 |                              |
|-----------------|-----------------|------------------------------|
| 1. cam-follower | 4. Lyapunov     | 7. Floquet multipliers       |
| 2. flexible     | 5. perturbation | 8. characteristic multiplier |
| 3. Floque       | 6. Monodromy    |                              |

### مراجع

- Hrones, J. A., "An Analysis of the Dynamic Forces in a Cam Driven System," *Trans. ASME*, Vol. 77, pp. 473-482, 1948.
- Chen, F., and Polvanich, N., "Dynamics of High Speed Cam Driven Mechanisms, Part 2: Nonlinear

- System Models," *ASME J. of Eng. For Industry*, pp. 769-784, 1975.
3. Pisano, A. P., and Freudenstein, F., "An Experimental and Analytical Investigation of the Dynamic Response of a High Speed Cam-Follower System, Part 1: Experimental Investigation," *ASME J. of Mech. Trans. And Aut. in Design*, Vol. 105, pp. 692-698, 1983.
  4. Koster, M. P., "Effect of Flexibility of Driving Shaft on the Dynamic Behavior of a Cam Mechanism," *ASME J. of Eng. for Industry*, Vol. 97, pp. 595-602, 1972.
  5. Sanim, U. and Turgut, T., "Analytical Dynamic Response of Elastic Cam-Follower Systems with Distributed Parameter Return Spring," *ASME J. of Mechanical Design*, Vol. 115, pp. 612-620, 1993.
  6. Midha, A. and Turcic, D.A., "On the Periodic Response of Cam Mechanism with Flexible Follower and Camshaft," *ASME J. of Dynamic Systems, Meas. and Control*, Vol. 102, pp. 255-264, 1980.
  7. Mahyuddin, A. and Midha, A., "Influence of Varying Cam Profile and Follower Motion Event Types on Parametric Vibration and Stability of Flexible Cam-Follower Systems," *Proceedings of 21st Biennial ASME Mechanisms Conference*, Chicago, 1990.
  8. Farhang, K. and Midha, A., "Steady State Response of Periodically Time-Varying Linear Systems, with Application to an Elastic Mechanism," *ASME J. of Mechanical Design*, Vol. 117, pp. 633-639, 1995.
  9. Sankaranarayanan, H., Streit, D., and Kim, H., "Parametric Excitation of Robotic Manipulators," *ASME J. of Mechanical Design*, Vol. 116, pp. 467-473, 1994.
  10. Cveticanin, L., "A Note on the Stability and Instability of the System with Time Variable Parameters," *ASME J. of Applied Mechanics*, Vol. 62, pp. 227-229, 1995.
  11. Wu, J. and Fung, R., "On Stability of Time-Varying Multidimensional Linear Systems," *ASME J. of Vibration and Acoustics*, Vol. 121, pp. 509-511, 1999.
۱۲. نحوی، ح.، و فتوحی، ف.، "تحلیل الاستودینامیکی مکانیزم بادامک - پیرو"، "مجموعه مقالات سومین کنفرانس بین المللی مهندسی مکانیک، دانشگاه علم و صنعت ایران، ۱۳۷۷.
13. Chen, F. Y., *Mechanics and Design of Cam Mechanisms*, Pergamon press, New York, 1982.
  14. Jordan, D. and Smith, P., *Nonlinear Ordinary Differential Equations*, Oxford University Press, 1999.
۱۵. نحوی، ح.، و سبحانی، م.، "بررسی پایداری مکانیزم بادامک-پیرو الاستیک" طرح تحقیقاتی، دانشگاه صنعتی اصفهان، ۱۳۷۹.