

ارزش فعلی خالص جریانهای نقدی در مسائل زمان‌بندی تک ماشین و جریان کارگاهی

قاسم مصلحی* و مهدی مهنام**

دانشکده مهندسی صنایع و سیستمها، دانشگاه صنعتی اصفهان

(دریافت مقاله: ۸۵/۱۰/۲ - دریافت نسخه نهایی: ۸۷/۴/۱۲)

چکیده - در حالی که حجم بسیاری از ادبیات زمان‌بندی بر روی معیارهای مبتنی بر زمان متمرکز شده‌اند، مهمترین هدف مدیریت بیشینه کردن سوددهی بنگاه است. در این مقاله، معیار ارزش فعلی خالص با در نظر گرفتن جریانهای نقدی خطی وابسته به زمان در دو مسئله زمان‌بندی تک‌ماشین و جریان کارگاهی بررسی شده است. ابتدا یک روش ابتکاری برای مسئله زمان‌بندی تک ماشین با این معیار ارائه شده است. سپس مسئله زمان‌بندی جریان کارگاهی جایگشتی با در نظر گرفتن ارزش فعلی خالص بررسی شده است. بدین منظور با استفاده از حدود بالا و پایین و اصول غلبه مناسبی که برای مسئله توسعه داده شده یک رویه شاخه‌وکران کارآ ارائه شده است. سپس سه روش ابتکاری با هدف یافتن جوابهای مناسب در مدت زمان کوتاه ارائه شده و مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. با تولید مسائل تصادفی در اندازه‌های متفاوت نشان داده شده است که روش شاخه‌وکران در ابعاد کوچک و متوسط کارآ بوده و همچنین الگوریتم ابتکاری ارائه شده، برای تمام مسائل، دارای کارایی بالایی است.

واژگان کلیدی: زمان‌بندی، ارزش فعلی خالص، جریان نقدی، روش شاخه‌وکران، روش ابتکاری

Net Present Value of Cash Flows in Single Machine and Flow Shop Scheduling Problems

G. Moslehi and M. Mahnam

Department of Industrial and Systems Engineering, Isfahan University of Technology

Abstract: While a great portion of the scheduling literature focuses on time-based criteria, the most important goal of management is maximizing the profitability of the firm. In this paper, the net present value criterion is studied taking account of linear time-dependent cash flows in single machine and flow shop scheduling problems. First, a heuristic method is presented for the single machine scheduling problem with NPV criterion. Second, the permutation flow shop scheduling problem is studied with NPV criterion. An efficient Branch & Bound algorithm is accordingly presented using strong lower and upper bounds and dominance rules which are expanded for this problem. Finally, three heuristic methods are presented and compared to find

** - کارشناس ارشد

* - دانشیار

appropriate solutions over short periods. By generating random problems of different sizes, it has been shown that the Branch & Bound method is efficient in solving small and medium sized problems, and also that the presented heuristic algorithm is efficient in tackling problems of any size.

Keywords: Scheduling, Net Present Value, Cash Flow, Branch & Bound, Heuristic method.

فهرست علائم

مدت زمان فرایند کار i در حالت تک ماشین براساس ماشینهای ۱ تا k در حالت جریان کارگاهی	$t_{i,k}$	میانگین درصد خطای نسبی بین جواب روش ابتکاری و جواب بهینه	ARE
زودترین زمان ممکن برای انجام فرایند یکی از کارهای باقیمانده بر روی ماشین k	E_k	زمان تکمیل کار i روی ماشین k	C_{ik}
دیرترین زمان ممکن اتمام عملیات بر روی ماشین k دریافتی (پاداش) اولیه کار i روی ماشین k	T_k	مقدار ارزش فعلی خالص حاصل از روش ابتکاری کار i ام	HNPV
میزان دریافتی کار i در حالت تک ماشین در زمان صفر براساس ماشینهای ۱ تا k در حالت جریان کارگاهی	$W_{i,k}$	تعداد ماشینها	m
دریافتی کار i روی ماشین k در زمان t حد بالای کار i روی ماشین k	$W_{ik(t)}$	تعداد کارها	n
ضریب ارزکاست	β	ارزش فعلی خالص دریافتیها (پاداشها)	NPV
نرخ جریمه دیرکرد کار i روی ماشین k	μ_{ik}	مقدار ارزش فعلی خالص حاصل از روش شاخه و کران اولین زمان در دسترس بر روی ماشین k ام براساس آخرین کار زمان بندی شده	ONPV
نرخ جریمه دیرکرد کار i در حالت تک ماشین براساس ماشینهای ۱ تا k در حالت جریان کارگاهی	$\mu_{i,k}$	مدت زمان پردازش کار i بر روی ماشین k ام	R_k
		مجموع زمان پردازش کار i روی ماشینهای ۱ تا k	t'_{ik}

۱- مقدمه

زمان بندی با تابع هدف مالی اولین بار توسط راسل [۲] به عنوان مسئله زمان بندی پرداخت (PSP^1) مطرح شد. در مسئله PSP زمان بندی فعالیت های پروژه به نحوی مشخص می شود که ارزش فعلی خالص (NPV^1) در آن ماکزیمم شود. نتایج نشان داده اند که وقتی هدف مالی در مسئله زمان بندی پروژه در نظر گرفته می شود، مسیر بحرانی که بر مبنای هزینه به دست می آید متفاوت از مسیر بحرانی است که بر مبنای کمینه کردن زمان به دست می آید. گرینولد [۳] این مسئله را به یک برنامه خطی تبدیل و دو رویه قطعی برای آن پیشنهاد کرد. وانهوک و همکاران [۴] نیز روش حل دقیقی موسوم به جستجوی برگشتی برای این مسئله ارائه کردند. این روش پس از زمان بندی اولیه همه گره ها در زودترین زمان، با استفاده از یک تابع برگشتی مجموعه

امروزه، زمان بندی یکی از مهمترین مراحل برنامه ریزی تولید در صنایع تولیدی و خدماتی است که به عنوان یک مزیت رقابتی در کاهش هزینه ها و افزایش رضایت مشتریان مطرح است. در محیط های تولیدی انجام عملیات کارها، مستلزم دریافتها و پرداختهایی است که هدف مدیران، کمینه کردن هزینه ها و بیشینه نمودن سود این جریان نقدی است. بنابراین محققان هر روز بیشتر به این نتیجه می رسند که باید در زمان بندی تولید از معیارهای مالی و اقتصادی به جای معیارهایی مانند کمینه کردن محدوده زمانی انجام کار استفاده کنند [۱].

در سالهای اخیر، مدل های زمان بندی با در نظر گرفتن اهداف مالی توجه زیادی را به خود معطوف داشته است. مسئله

گره‌هایی که قابلیت انتقال به جلو دارند را پیدا می‌کند و به اندازه‌ای که مجاز باشند انتقال می‌دهد.

برای حل این مسئله روشهای ابتکاری مختلفی نیز ارائه شده است که می‌توان به طور نمونه به روش درون‌یافتی‌المغربی و همکاران [۵] و روش شبیه‌سازی بازپخت (SA^3) اتگار و همکاران [۶] اشاره نمود. اتگار و همکاران [۷] فرض جریانهای نقدی خطی غیر فزاینده را به مسئله اضافه کرده و برای حل آن نیز روش‌المغربی را توسعه داده و از آن استفاده کردند. همچنین وانهوک و همکاران [۸] فرض جریان نقدی خطی غیر فزاینده را در نظر گرفته و برای حل آن نیز روش جستجوی برگشتی را توسعه دادند. اخیراً نیز مصلحی و قهار [۹] یک الگوریتم ابتکاری برای این مسئله ارائه و کارایی آن را نشان داده‌اند.

هدف پیشینه‌کردن NPV در مسئله زمان‌بندی پروژه با منابع محدود ($RCPS^P$) نیز به کارگرفته شده است که با عنوان مسئله زمان‌بندی با منابع محدود با جریانهای نقدی تنزیل یافته ($RCPS^PDC^5$) شناخته می‌شود. این مسئله شامل زمان‌بندی فعالیتهای پروژه با در نظر گرفتن جریانهای نقدی ورودی و خروجی با شرط محدودیتهای منابع و پیش‌نیازی و پیشینه‌کردن ارزش فعلی خالص است. دورش و پاترسون [۱۰] با ارائه یک رویه برنامه‌ریزی عدد صحیح صفر و یک، پیشینه‌کردن NPV خالص جریانهای نقدی را وارد مسائل RCPS^P کردند. ایسملی و ایرینگاک [۱۱] نیز یک رویه شاخه‌وکران برای این مسئله با در نظر گرفتن جریانهای نقدی ثابت و مستقل از زمان ارائه کردند. همچنین روشهای ابتکاری و فرا ابتکاری متعددی برای این مسئله ارائه شده است. ایسملی و ایرینگاک [۱۲] از دو روش جستجوی ممنوع (TS^P) برای تولید جواب امکانپذیر اولیه استفاده و بهره‌گیری از حافظه بلند مدت در داخل TS برای بهبود بیشتر نتایج را بررسی شد. همچنین لی و کیم [۱۳] نیز نتایج کار خود را در استفاده از روشهای فرا ابتکاری SA، TS و GA^V بر روی مسئله RCPS^P گزارش داده‌اند. اخیراً، بهرامی و مصلحی [۱۴] نیز مسئله RCPS^P با هدف پیشینه‌کردن ارزش فعلی خالص پروژه از دید پیمانکار مورد بررسی

قرار داده و از الگوریتم جامعه مورچگان (ACO^A) برای حل آن استفاده کرده‌اند.

اگر چه پیشینه‌کردن ارزش فعلی خالص، معیاری است که در زمان‌بندی پروژه بسیار مورد بررسی قرار گرفته ولی در زمان‌بندی کلاسیک مانند زمان‌بندی تک ماشین، جریان کارگاهی و کارگاهی چندان مورد توجه نبوده است. از دیدگاه متخصصان زمان‌بندی معمولاً زمان فرایندها کوتاه است و ارزش زمانی پول در آن چندان مطرح به نظر نمی‌رسد؛ ولی باید توجه داشت که بسیاری از فرایندها در یک محیط کلاسیک انجام نمی‌شوند، به طوری که در مواردی قطعاً می‌توانند نماینده یک گروه از قطعات مشابه بوده یا در یک مدت زمان فرایند طولانی آماده شوند و از طرف دیگر فرایندها ممکن است توسط چند تیم، سازمان، ارگان یا یک زنجیره واحدهای تولیدی انجام شوند. در مورد صنایعی مانند کشتی‌سازی، هواپیماسازی، هلیکوپترسازی و ... که دارای حجم سرمایه در گردش زیاد بوده و زمان اجرای عملیات نیز طولانی است، کاربرد این مسئله بیشتر مشخص می‌شود. به هر حال با توجه به این که زمان‌بندی تک ماشین و جریان کارگاهی از پرکاربردترین موضوعات در صنعت هستند، کاربرد این معیار در این مسائل مهم بوده و باید بررسی شود.

لورنس [۱] پیشینه NPV در زمان‌بندی تک ماشین را براساس هزینه‌های زودکرد (هزینه نگهداری، هزینه فرصت) و هزینه‌های دیرکرد (جریمه دیرکرد و فروش از دست رفته) با استفاده از قاعده توزیع^۹ و رهاسازی^{۱۰} کار بررسی کرده است. اخیراً، زمرکوسکی [۱۵] مسئله زمان‌بندی تک ماشین را با زمانهای فرایند معلوم و قطعی در شرایطی در نظر گرفته که پاداش تکمیل کار در هر عملیات بر اساس زمان و به صورت تصادفی بر طبق حرکت براونی تغییر می‌کند. او مسئله را برای سه معیار ارزش فعلی خالص، واریانس ارزش فعلی و احتمال دستیابی به NPV مورد نظر به طور جداگانه بررسی و حدود بالا و پایین مناسبی را برای به کارگیری روش شاخه و کران توسعه داده است. در مسئله زمان‌بندی جریان کارگاهی، فرایند مورد نیاز برای

جریانهای نقدی خطی وابسته به زمان در مسئله زمان‌بندی تک ماشین ($NPV||1$) و جریان کارگاهی جایگشتی ($NPV|pmu|Fm$) مورد بررسی قرار گرفته است، به طوری که در آن عملیات مربوط به کارها همراه با جریانهای نقدی در نظر گرفته شده است و هدف، زمان‌بندی کارها برای بیشینه کردن NPV است. بنابراین، مسئله از نظر مالی واقع‌گرایانه‌تر می‌شود. در این مطالعه، زمان تحقق دریافتها (مثبت و منفی) همزمان با تکمیل فعالیت الگوی جریان نقدی به صورت غیرفزاینده خطی در نظر گرفته شده است. این الگو برای پروژه‌هایی مناسب است که تابع دریافتها و پرداختهای آنها به صورت پیوسته است.

در ادامه در بخش دوم مفاهیم اولیه و روابط مرتبط با جریانهای نقدی بیان شده است. در بخش سوم یک الگوریتم ابتکاری برای مسئله $NPV||1$ به دست می‌آید. بخش چهارم یک رویه شاخه‌وکران را برای به دست آوردن یک زمان‌بندی بهینه برای مسئله $NPV|pmu|Fm$ ارائه می‌دهد. کارایی روشهای ابتکاری و شاخه‌وکران ارائه شده با تولید تصادفی مجموعه داده‌ها بررسی و نتایج آن در بخش پنجم آورده شده است. آخرین بخش شامل نتیجه گیری و زمینه‌های مناسب تحقیق در آینده است.

۲- معرفی مسئله زمان‌بندی با جریانهای نقدی

مسئله زمان‌بندی n کار J_1, J_2, \dots, J_n را روی m ماشین در نظر بگیرید. همه کارها در زمان صفر در دسترس‌اند و ماشین برای انجام فرایند بر روی قطعات بدون انقطاع در دسترس است. معمولاً متناسب با هر کار J_i روی ماشین k ، مدت زمان فرایند t_{ik} و دریافتی اولیه w_{ik} و نرخ جریمه دیرکرد H_{ik} در نظر گرفته شده و $\{W_{ik}(t): t \geq 0\}$ بیان‌کننده دریافتی در زمان t است [۱۵]. در این مقاله میزان دریافتی $W_{ik}(t)$ با الهام از کارهای گذشته به صورت رابطه (۱) محاسبه شده است.

$$W_{ik}(t) = w_{ik} + H_{ik}t \quad (1)$$

در این مطالعه موعد تحویل کلیه کارها در زمان صفر در نظر

تکمیل کارها روی کلیه ماشینها یکسان است. در مدل پایه زمان‌بندی جریان کارگاهی هر کار در هر لحظه از زمان تنها بر روی یک ماشین می‌تواند انجام شود و هر ماشین در هر لحظه تنها قادر به انجام فرایند بر روی یک کار است. همچنین عملیات قابل انقطاع نبوده و زمانهای راه‌اندازی عملیات هر کار مستقل از ترتیب در نظر گرفته می‌شود [۱۶]. در این مسئله معیارهای متفاوت با فرضهای مختلف و با استفاده از روشهای بهینه‌سازی گوناگون مورد مطالعه قرار گرفته است. بیشینه محدودۀ زمانی C_{max} از مشهورترین معیارهای مورد بررسی و یک معیار منظم و NP -Hard است [۱۷]. حجازی و ثقفیان [۱۸] مرور کاملی بر این معیار در مسئله زمان‌بندی جریان کارگاهی داشته‌اند. معمولاً فرض می‌شود که ترتیب انجام عملیات روی کلیه ماشینها یکسان بوده و بنابراین جواب بهینه در مجموعه برنامه‌های ترتیب است که این مسئله به جریان کارگاهی جایگشتی موسوم است. مدل مرتبط با زمان‌بندی کارگاهی جایگشتی یک مدل مختلط عدد صحیح است [۱۹]. بنابراین جواب بهینه مسئله با استفاده از روشهای محاسباتی مانند برنامه‌ریزی پویا یا روش شاخه‌وکران به دست می‌آید. روشهای ابتکاری بسیاری برای مسئله جریان کارگاهی توسعه داده شده است تا بتوانند در مدت زمان قابل قبولی جوابهای مناسبی تولید کنند. یکی از روشهای ابتکاری، روش کمپل و همکارانش با نام CDS است [۲۰]. در این روش اگر تعداد ماشینها برابر m باشد، $m-1$ مقایسه بر اساس دو ماشین صورت می‌گیرد و در مقایسه‌های دو ماشینی از روش جانسون استفاده می‌شود. نواز و همکارانش [۲۱] روشی براساس پیدا کردن موقعیت نسبی هر کار ارائه دادند. می‌توان گفت روش ایشان در میان روشهای ارائه شده بیشترین کارایی را دارد [۲۲] و به الگوریتم NEH مشهور است. اسکودر و دانلیز [۲۳] نیز معیار NPV را در زمان‌بندی جریان کارگاهی با در نظر گرفتن هزینه‌های نیروی انسانی، مواد، راه‌اندازی و نگهداری با استفاده از قواعد توزیع بررسی کرده‌اند.

در این مقاله، معیار ارزش فعلی خالص با در نظر گرفتن

نیز خواهد بود.

بدین منظور، ابتدا مسئله در شرایطی بررسی می‌شود که جریان نقدی در طول زمان بدون تغییر است؛ به عبارت دیگر، نرخ جریمه دیرکرد هر عمل برابر صفر در نظر گرفته می‌شود. در این شرایط جواب بهینه با استفاده از ترتیب حاصل از قضیه ۱ به دست می‌آید.

قضیه ۱- در مسئله یک ماشین و n کار، بدون پرداخت جریمه دیرکرد و در صورتی که پرداختها در پایان هر کار قطعی و β نشان‌دهنده ضریب ارزشکاست باشد، شرط لازم و کافی برای تعیین توالی بهینه، مرتب کردن کارها بر اساس معیار $W_i \beta^{t_i} / (1 - \beta^{t_i})$ است به طوری که W_i میزان پرداختی در پایان کار i و t_i مدت زمان عملیات کار i است.

اثبات: دو کار متوالی i و j با پادشاهای W_i و W_j در یک ترتیب مانند S در نظر بگیرد. در صورت تعویض جفتی دو کار در ترتیب S' مطابق شکل (۱) خواهیم داشت:

$$NPV_S = NPV_A + W_i \beta^{t_i} + W_j \beta^{t_i + t_j} + NPV_B$$

$$NPV_{S'} = NPV_A + W_j \beta^{t_j} + W_i \beta^{t_j + t_i} + NPV_B$$

با توجه به این که تعویض دو کار i و j تاثیری بر زمان تکمیل کارهای مجموعه A و B ندارد، ارزش فعلی خالص کارهای این دو مجموعه در هر دو حالت با یکدیگر برابر است. بنابراین

$$\delta_{NPV} > 0 \Leftrightarrow NPV_S - NPV_{S'} \\ = W_i \beta^{t_i} (1 - \beta^{t_j}) - W_j \beta^{t_j} (1 - \beta^{t_i}) > 0$$

$$\Leftrightarrow W_i \beta^{t_i} (1 - \beta^{t_j}) > W_j \beta^{t_j} (1 - \beta^{t_i}) \Leftrightarrow \frac{W_i \beta^{t_i}}{(1 - \beta^{t_i})} > \frac{W_j \beta^{t_j}}{(1 - \beta^{t_j})}$$

با توجه به اینکه مقادیر به دست آمده برای کارها مستقل از یکدیگر هستند خاصیت عبورپذیری کارها به راحتی قابل اثبات است. بر اساس این قاعده در صورتی که دریافتی کار منفی باشد به آخرین زمان در دسترس منتقل می‌شود. □

اکنون به بررسی مسئله با وجود نرخ جریمه دیرکرد می‌پردازیم.

قضیه ۲- در مسئله یک ماشین و n کار، در حالتی که پرداختها وابسته به زمان و غیرفزاینده خطی باشد، در صورتی که رابطه

گرفته شده است. این فرض به گونه‌ای است که اگر کار j بر روی ماشین k در زمان صفر تکمیل شده باشد پاداش W_{ik} دریافت می‌شود و به ازای هر دوره که تکمیل کار j به تأخیر بیفتد مقدار پاداش با یک نرخ μ_{ik} تغییر می‌کند. مقدار μ_{ik} با توجه به الگوی غیر فزاینده و عدم پرداخت اضافی به خاطر دیر تکمیل شدن یک عمل، منفی در نظر گرفته شده است. مقدار دریافتی پایان هر کار نیز می‌تواند مثبت یا منفی باشد که بیان‌کننده منافع حاصل از تکمیل هر کار است. همچنین برای محاسبه ارزش فعلی خالص، نرخ تنزیل r به صورت قطعی به کار گرفته شده است. با داشتن ضریب ارزشکاست $\beta = 1/(1+r)$ که بیان‌کننده ارزش زمانی پول است؛ تابع هدف به صورت ماکزیم کردن ارزش فعلی پرداختهای مثبت و منفی کارها مطابق رابطه (۲) به دست می‌آید.

$$\max \quad NPV = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^m (w_{ik} + \mu_{ik} c_{ik}) \beta^{c_{ik}} \quad (2)$$

به طوری که c_{ik} زمان تکمیل کار i روی ماشین k است. همان‌طور که پیش از این اشاره شد این هدف نامنظم بوده و بنابراین بیکاری عمدی ممکن است موجب بهبود جوابها شود. البته حالات کاربردی مختلفی از مسئله با فروض خاصی وجود دارد که زمان‌بندی بدون تأخیر در آنها بهینه است. به عنوان نمونه اگر دریافتی اولیه و نرخ جریمه دیرکرد عملیات یک کار منفی باشد، مقدار ارزش فعلی خالص با افزایش میزان تأخیر به سمت صفر میل می‌کند. بنابراین در این مقاله تنها زمان‌بندیهای نیمه فعال^{۱۱} بررسی می‌شود.

۳- بررسی مسئله NPV

مسئله زمان‌بندی تک ماشین با جریانهای نقدی خطی وابسته به زمان، منطبق بر معیار NPV مورد انتظار ارائه شده توسط زمرووسکی [۱۵] است که در آن یک رویه شاخه‌وکران برای این مسئله طراحی شده است. در این روش حجم محاسبات بالا بوده و در مسائل با اندازه بزرگ ناکاراست. بنابراین در این مقاله یک الگوریتم ابتکاری برای حل این مسئله ارائه شده که پایه و اساس الگوریتم ابتکاری در مسئله زمان‌بندی جریان کارگاهی



شکل ۱- تعویض جفتی دو کار i و j

نمی تواند به عنوان قاعده توزیع بهینه مورد استفاده قرار گیرد.

نتیجه ۲- در صورتی که دو رابطه (۷) و (۸) برقرار باشند لزوماً رابطه (۳) برقرار خواهد بود.

$$\frac{(w_i + \mu_i t_i) \beta^{t_i}}{(1 - \beta^{t_i})} > \frac{(w_j + \mu_j t_j) \beta^{t_j}}{(1 - \beta^{t_j})} \quad (7)$$

$$\frac{\mu_j}{\mu_i} > \frac{t_j}{t_i} \quad (8)$$

نتیجه ۳- از نتیجه ۲ می توان به عنوان قاعده غلبه در روش شاخه و کران استفاده کرد.

با استفاده از رابطه (۳) می توان به یک روش ابتکاری دست یافت که در ادامه آن را M^* می نامیم. در این روش ابتدا کارها بر اساس قاعده رابطه (۹) که از آن به توالی M یاد می کنیم، مرتب می شوند:

$$\frac{(w_i + \mu_i t_i) \beta^{t_i}}{(1 - \beta^{t_i})} - \frac{\mu_i}{t_i} \quad (9)$$

سپس از یک جستجوی محلی برای یافتن همسایگیها و جوابهای بهتر استفاده می شود. بدین منظور، ابتدا جابه جایی کارها در یک قدمی به سمت راست، چپ و تعویض جفتی آنها بررسی و در صورتی که میزان NPV بهبود یابد، جابه جایی انجام شده و الگوریتم مجدداً به نقطه آغاز برمی گردد. به همین صورت جابه جایی کارها در دو، سه و ... (n-1) قدمی نیز بررسی می شود. الگوریتم تا زمانی ادامه می یابد که هیچ همسایگی بهتری وجود نداشته باشد. روندنمای کلی الگوریتم در شکل (۲) نشان داده شده است. در این ساختار، p بیانگر میزان جابه جایی و s نشان دهنده جهت حرکت است به طوری که سمت راست و چپ به ترتیب با مقادیر ۱ و ۲ و تعویض دو کار با مقدار ۳ بیان می شود.

(۳) برقرار باشد، ترتیب بهینه ای وجود دارد که کار i بلافاصله پیش از کار j قرار گیرد.

$$(w_i + \mu_i t_i) \beta^{t_i} (1 - \beta^{t_j}) - (w_j + \mu_j t_j) \beta^{t_j} (1 - \beta^{t_i}) + \mu_j t_j \beta^{t_i + t_j} - \mu_i t_i \beta^{t_i + t_j} > 0 \quad (3)$$

اثبات: با در نظر گرفتن تعویض جفتی دو کار i و j به همان گونه که در قضیه ۱ به کار گرفته شد، خواهیم داشت:

$$NPV_S = NPV_A + (w_i + \mu_i t_i) \beta^{t_i} + (w_j + \mu_j (t_i + t_j)) \beta^{t_i + t_j} + NPV_B$$

$$NPV_{S'} = NPV_A + (w_j + \mu_j t_j) \beta^{t_j} + (w_i + \mu_i (t_i + t_j)) \beta^{t_i + t_j} + NPV_B$$

$$NPV_S - NPV_{S'} = (w_i + \mu_i t_i) \beta^{t_i} (1 - \beta^{t_j}) - (w_j + \mu_j t_j) \beta^{t_j} (1 - \beta^{t_i}) + \mu_j t_j \beta^{t_i + t_j} - \mu_i t_i \beta^{t_i + t_j} > 0$$

□

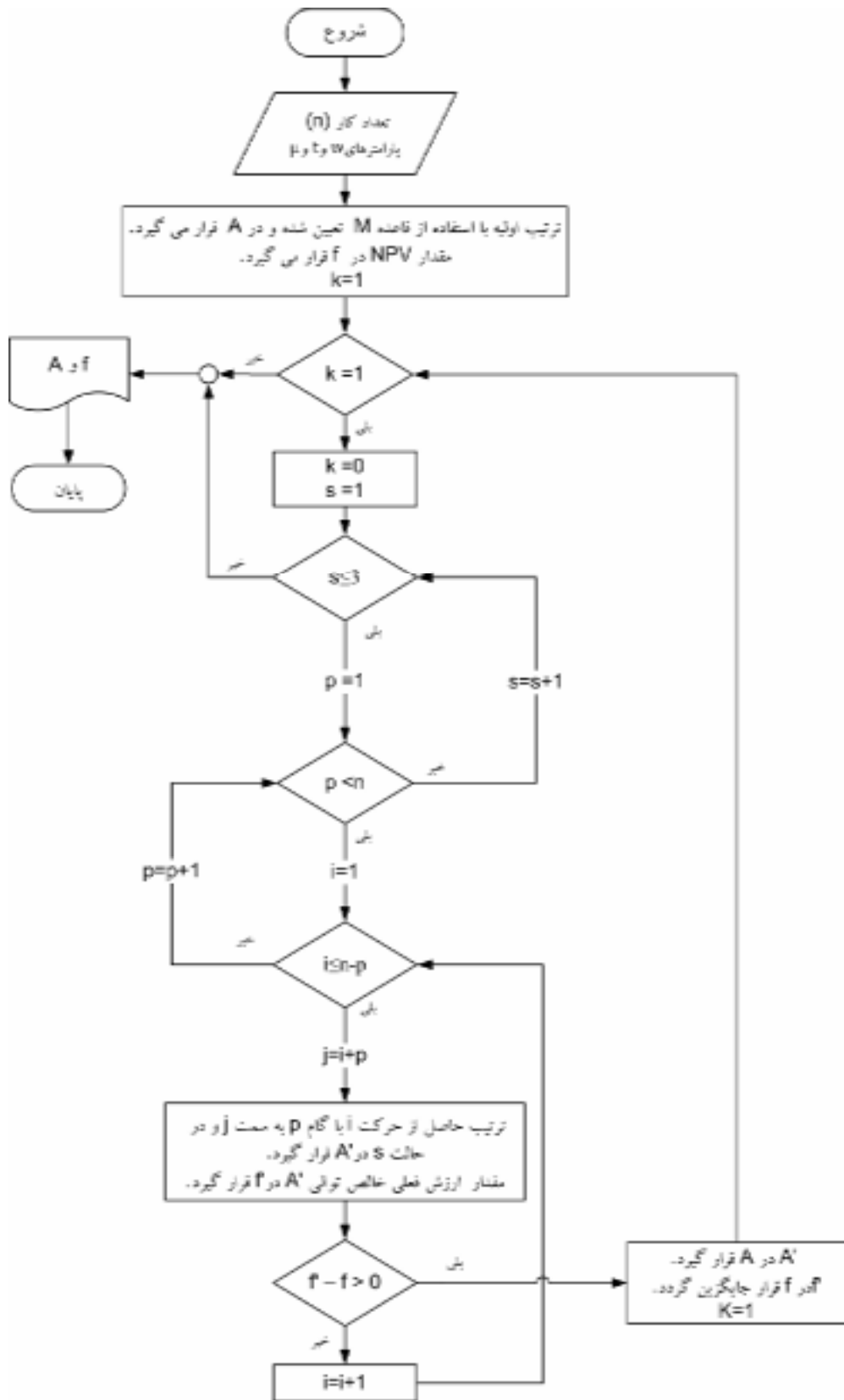
نتیجه ۱- این قاعده گذار نیست بدین معنی که با وجود سه کار i و j و k، اگر $NPV_{ij} - NPV_{ji} > 0$ و $NPV_{jk} - NPV_{kj} > 0$ باشد نمی توان نتیجه گرفت که $NPV_{ik} - NPV_{ki} > 0$ باشد.

$$\delta_{ij} = (w_i + \mu_i t_i) \beta^{t_i} (1 - \beta^{t_j}) - (w_j + \mu_j t_j) \beta^{t_j} (1 - \beta^{t_i}) + \mu_j t_j \beta^{t_i + t_j} > 0 \quad (4)$$

$$\delta_{jk} = (w_j + \mu_j t_j) \beta^{t_j} (1 - \beta^{t_k}) - (w_k + \mu_k t_k) \beta^{t_k} (1 - \beta^{t_j}) + \mu_j t_k \beta^{t_j + t_k} > 0 \quad (5)$$

$$\delta_{ik} = (w_i + \mu_i t_i) \beta^{t_i} (1 - \beta^{t_k}) - (w_k + \mu_k t_k) \beta^{t_k} (1 - \beta^{t_i}) + \mu_i t_k \beta^{t_i + t_k} > 0 \quad (6)$$

عبارت حاوی j قابل حذف نیست و ممکن است هر دو رابطه (۴) و (۵) همزمان برقرار باشد ولی رابطه (۶) برقرار نباشد. به عبارت دیگر این قاعده شرط لازم است ولی کافی نیست و



شکل ۲- روندنمای الگوریتم ابتکاری M^*

۴- بررسی مسئله $F_m | prmu | NPV$

$$t_{i,1k} = (\sum_{l=1}^k t_{il}) / k \quad (12)$$

در پایان بیشینه تابع هدف به دست آمده از m توالی حاصل به عنوان نتیجه ارائه می‌شود.

مسئله زمان‌بندی جریان کارگاهی با معیار NPV به جهت افزایش ماشینها و وجود محدودیت پیش‌نیازی بین عملیات کارها دارای پیچیدگی بیشتری نسبت به مسئله تک ماشین است. در این بخش ابتدا روشهای ابتکاری و در ادامه الگوریتم شاخه‌وکران بررسی می‌شود.

۴-۱- الگوریتم ابتکاری سریع

در این قسمت با هدف به دست آوردن جوابهای مناسب در کوتاهترین مدت زمان ممکن، روشهای ابتکاری سریع برای حل مسئله $F_m | prmu | NPV$ ارائه می‌شود.

۴-۱-۱- الگوریتم ابتکاری M_p^*

این الگوریتم توسعه روش ابتکاری M^* در محیط جریان کارگاهی است. بدین منظور پارامترهای مسئله جریان کارگاهی به پارامترهای مسئله تک‌ماشین تبدیل شده و الگوریتم M^* با در نظر گرفتن جابه‌جاییهای یک تا p قدمی (M_p^*) اجرا می‌شود. این رویه برای m مرتبه تکرار شده به طوری که در تکرار k ترتیب کارها تنها براساس k ماشین اول به دست می‌آید. روابط (۱۰) تا (۱۲) برای تبدیل پارامترها از محیط جریان کارگاهی به مسئله تک ماشین به کار می‌روند. $w_{i,1k}$ بیان‌کننده میزان دریافتی کار i در زمان صفر براساس ماشینهای ۱ تا k است که براساس رابطه (۱۰) محاسبه می‌شود.

$$w_{i,1k} = \sum_{l=1}^k (w_{il} + \mu_{il} t'_{ik}) \beta^{t'_{ik}} \quad (10)$$

که در آن t'_{ik} مجموع زمانهای کار i روی ماشینهای ۱ تا k به صورت $t'_{ik} = \sum_{l=1}^k t_{il}$ است. همچنین نرخ جریمه دیرکرد (هزینه دیرکرد به ازای هر واحد زمان) برای کار i در این حالت ($\mu_{i,1k}$) طبق رابطه (۱۱) برابر میانگین نرخ جریمه دیرکرد ماشینهای ۱ تا k و زمان کار i ($t_{i,1k}$) نیز براساس رابطه (۱۲) برابر میانگین زمان عملیات کار i در ماشینهای ۱ تا k در نظر گرفته می‌شود.

$$\mu_{i,1k} = (\sum_{l=1}^k \mu_{il}) / k \quad (11)$$

۴-۱-۲- الگوریتم $M_1^* + NEH$ و $M_p^* + NEH$

چنانچه پیش از این اشاره شد، الگوریتم NEH یکی از معروفترین روشهای ابتکاری در مسئله حداقل کردن دامنه عملیات در زمان‌بندی جریان کارگاهی است. در این مطالعه به جای مسئله کمینه‌سازی C_{max} برای بیشینه کردن NPV مورد استفاده قرار می‌گیرد. علاوه بر مبنای مقایسه دو کار، ترتیب اولیه نیز بسیار تاثیرگذار است. لذا در قدم ۱ الگوریتم، کارها می‌تواند براساس روش ابتکاری M_1^* (در نظر گرفتن جابه‌جایی‌های یک قدمی) و M_p^* (در نظر گرفتن کلیه فواصل) مرتب شود. بنابراین قدمهای دیگر الگوریتم بر روی لیستی که از ترتیب فوق به دست می‌آید برداشته می‌شوند. به‌طور کلی در این الگوریتمها ترتیب نهایی از طریق یک روش سازنده با اضافه کردن کارها در هر بار تکرار به صورت زیر به دست می‌آید:

گام ۱: n کار بر اساس ترتیب $M_p^* (M_1^*)$ بر روی ماشینها مرتب می‌شوند.

گام ۲: دو کار اول را در نظر گرفته و آنها را بر اساس بیشترین مقدار NPV زمان‌بندی کنید.

گام ۳: برای کارهای $k=3$ تا n گام ۲ را انجام دهید.

گام ۴: ترتیب جزئی جاری شامل $(k-1)$ کار است. کار k از بین k موقعیت در مکانی قرار می‌گیرد که مقدار NPV آن بیشینه شود.

۴-۲- الگوریتم شاخه‌وکران

در این بخش، یک الگوریتم شاخه‌وکران ارائه شده که در آن کلیه ترتیب کارها به صورت ضمنی بررسی می‌شود. از آنجایی که تنها برنامه‌های زمانی نیمه فعال در نظر گرفته می‌شوند، یک زمان‌بندی می‌تواند به صورت یک ترتیب از کارها در نظر گرفته

حد پایین: در مسئله بیشینه‌سازی NPV، حد پایین بیشترین مقدار ارزش فعلی خالص حاصل از مجموعه توابع شناخته شده است. در این مطالعه برای یافتن حد پایین مناسب، سه الگوریتم ابتکاری $Mp^* + NEH$ و $M1^* + NEH$ و $Mp^* + NEH$ بررسی شده و بیشینه مقدار NPV حاصل از آنها به عنوان حد پایین مورد استفاده قرار می‌گیرد.

حد بالا: در مسئله بیشینه‌سازی NPV حد بالا کمترین مقدار NPV حاصل از یک ترتیب جزئی مشخص است. بدین منظور بیشترین میزان ارزش فعلی خالص هر یک از کارهای باقیمانده بر روی هر ماشین بدون در نظر گرفتن محدودیت منابع و پیش‌نیازی محاسبه و مجموع مقادیر حاصل به عنوان حد بالای ترتیب جزئی در نظر گرفته می‌شود. بنابراین هدف به دست آوردن حد بالای ارزش فعلی عملیات مربوط به کار i بر روی ماشین k است که به صورت $g_{ik}(c_{ik}) = (w_{ik} + \mu_k c_{ik}) \beta^{c_{ik}}$ محاسبه می‌شود. توابع به شکل $g(c)$ در زمان‌بندی پروژه با جریانهای نقدی وابسته به زمان توسط هرولتن و وانهوک [۸] مورد مطالعه قرار گرفته‌اند. زودترین زمان ممکن برای انجام کار i بر روی ماشین k با توجه به کمترین زمان ممکن برای عملیات پیش‌نیاز برابر مقدار E_k و به صورت رابطه زیر به دست می‌آید.

$$E_k = \max \{ R_1 + \min_{i \in \sigma'} (t_{i1} + t_{i2} + \dots + t_{i(k-1)}), R_2 + \min_{i \in \sigma'} (t_{i2} + \dots + t_{i(k-1)}), \dots, R_k \} \quad (13)$$

به طوری که R_k اولین زمان در دسترس از آخرین کار توالی جزیبی σ بر روی ماشین k است. اگر $(w_{ik} + \mu_k (E_k + t_{ik})) \geq 0$ باشد بهترین موقعیت کار i روی ماشین k در زودترین زمان ممکن است و $UB_{ik} = (w_{ik} + \mu_k (E_k + t_{ik})) \beta^{(E_k + t_{ik})}$ خواهد بود. در غیر این صورت مقدار ارزش فعلی، تابع یک مده بوده و دارای کمینه جهانی در $\theta = (\mu_{ik} - w_{ik} \ln \beta) / (\mu_{ik} \ln \beta)$ است. بنابراین میزان NPV این کار در دو حالت g_1 و g_2 بررسی شده و بیشینه آنها در نظر گرفته می‌شود. این مقادیر در روابط (۱۴)، (۱۵) و (۱۶) نشان داده شده‌اند.

شود. در این رویه σ نشان‌دهنده یک زمان‌بندی جزیبی و σ' مجموعه کارهای زمان‌بندی نشده است. k ، تعداد کارهای زمان‌بندی شده (سطح گره)، g ، نشان‌دهنده مقدار NPV حاصل از کارهای زمان‌بندی شده، h حد بالای حاصل از کارهای زمان‌بندی نشده و f برابر مجموع g و h است. در این الگوریتم از استراتژی عمقی^{۱۲} به منظور انتخاب گره برای شاخه‌زدن استفاده شده است. در هر مرحله با داشتن یک زمان‌بندی جزیبی از کارها $[k_1] [k_2] \dots [k_k]$ ، با اضافه کردن کارهای زمان‌بندی نشده به انتهای مجموعه σ' که شرایط به کار رفته در اصول غلبه را ارضا می‌کنند شاخه‌های جدید زده می‌شود. در نتیجه k یک واحد افزایش یافته و یک کار از مجموعه کارهای زمان‌بندی نشده σ' به مجموعه σ منتقل می‌شود. هنگامی که $\sigma' = \emptyset$ شود، σ یک زمان‌بندی کامل است و گره بسته می‌شود. در طول رویه جستجو، مقدار ارزش فعلی خالص مربوط به بهترین زمان‌بندی یافت شده با حد پایین مقایسه و بهنگام می‌شود. رویه الگوریتم شاخه‌وکران به صورت زیر است:

ورودی: پارامترهای نمونه (n, m) و ماتریسهای (w, t, μ)

خروجی: زمان‌بندی بهینه NPV_S, S

[۰] ایجاد گره اولیه با $\sigma = \varphi$ و $Best\ NPV = LB$

تکرار حلقه

[۱] گره A در لیست که $k=0$ را قطع کن و اگر $f_A > Best\ NPV$

است مقدار $Best\ NPV$ بهنگام شود.

[۲] گره‌هایی در لیست که $UB_{NPV}(A) < Best\ NPV$ را قطع کن.

[۳] در صورتی که لیست خالی نیست، با استفاده از قاعده شاخه

زدن و در نظر گرفتن اصول غلبه، شاخه‌های جدید زده شود. در

این گره‌ها $f = g + h$ قرار گیرد.

تا زمانی که لیست خالی شود.

۴-۲-۱ حدود $NPV | prmu$ Fm

الگوریتم شاخه‌وکران مبتنی بر حدود بالا و پایین کارایی

است که برای آن توسعه داده شده و این حدود تاثیر زیادی در

کاهش حجم محاسبات دارند.

تعریف شود خواهیم داشت.

$$\begin{aligned} NPV_{ij} &= \sum_{k=1}^m (w_{ik} + \mu_{ik} T_{ik}) \beta^{T_{ik}} + (w_{jk} + \mu_{jk} (T_{jk} + t_{ik})) \beta^{T_{jk} + t_{ik}} \\ NPV_{ji} &= \sum_{k=1}^m (w_{jk} + \mu_{jk} T_{jk}) \beta^{T_{jk}} + (w_{ik} + \mu_{ik} (T_{ik} + t_{jk})) \beta^{T_{ik} + t_{jk}} \\ NPV_{ij} - NPV_{ji} &> 0 \Leftrightarrow \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} &\sum_{k=1}^m \{ [w_{ik} \beta^{R_k + t_{ik}} + \mu_{ik} R_k \beta^{R_k + t_{ik}} + \mu_{ik} t_{ik} \beta^{R_k + t_{ik}} \\ &- w_{ik} \beta^{R_k + t_{ik} + t_{jk}} - \mu_{ik} \beta^{R_k + t_{ik} + t_{jk}} - \mu_{ik} t_{ik} \beta^{R_k + t_{ik} + t_{jk}} \\ &- \mu_{ik} t_{jk} \beta^{R_k + t_{ik} + t_{jk}}] - [w_{jk} \beta^{R_k + t_{jk}} + \mu_{jk} R_k \beta^{R_k + t_{jk}} \\ &+ \mu_{jk} t_{jk} \beta^{R_k + t_{jk}} - w_{jk} \beta^{R_k + t_{jk} + t_{ik}} - \mu_{jk} \beta^{R_k + t_{jk} + t_{ik}} \\ &- \mu_{jk} t_{ik} \beta^{R_k + t_{jk} + t_{ik}} - \mu_{jk} t_{ik} \beta^{R_k + t_{jk} + t_{ik}}] \} \\ \Leftrightarrow &\sum_{k=1}^m \{ (w_{ik} + \mu_{ik} T_{ik})(1 - \beta^{t_{jk}}) - \mu_{ik} t_{jk} \beta^{t_{jk}} \} \beta^{T_{ik}} \\ &- \{ (w_{jk} + \mu_{jk} T_{jk})(1 - \beta^{t_{ik}}) - \mu_{jk} t_{ik} \beta^{t_{ik}} \} \beta^{T_{jk}} > 0 \end{aligned}$$

□

قضیه ۴- اگر بر روی هر ماشین k روابط (۲۰) و (۲۱) برقرار باشند:

$$\min(t_{ik}, t_{jk}) \geq (R_{k+1} - R_k) \quad \forall k = 1, 2, \dots, m-1 \quad (20)$$

$$\max(t_{ik}, t_{jk}) \leq \min(t_{i,(k+1)}, t_{j,(k+1)}) \quad (21)$$

با در نظر گرفتن مجموع زمان پردازش کارهای i و j روی ماشینهای ۱ تا k به صورت t'_{ik} و t'_{jk} ، در صورت برقراری رابطه (۲۲) به صورت زیر

$$\begin{aligned} &\sum_{k=1}^m \{ (w_{ik} + \mu_{ik} R_1)(\beta^{t'_{ik}} - \beta^{t'_{jk} + t_{ik}}) \\ &+ \mu_{ik} (t'_{ik} \beta^{t'_{ik}} - (t'_{jk} + t_{ik}) \beta^{t'_{jk} + t_{ik}}) \\ &- (w_{jk} + \mu_{jk} R_1)(\beta^{t'_{jk}} - \beta^{t'_{ik} + t_{jk}}) \\ &- \mu_{jk} (t'_{jk} \beta^{t'_{jk}} - (t'_{ik} + t_{jk}) \beta^{t'_{ik} + t_{jk}}) \} > 0 \end{aligned} \quad (22)$$

کار i بر کار j مقدم است.

اثبات: با توجه به روابط (۲۰) و (۲۱) مطابق شکل (۵)، زمان اختتام هر عملیات تنها به عمل پیش نیاز آن بستگی دارد. بنابراین با در نظر گرفتن تعویض جفتی دو کار i و j خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} NPV_{ij} &= \sum_{k=1}^m (w_{ik} + \mu_{ik} (R_1 + t'_{ik})) \beta^{R_1 + t'_{ik}} \\ &+ (w_{jk} + \mu_{jk} (R_1 + t'_{ik} + t_{jk})) \beta^{R_1 + t'_{ik} + t_{jk}} \end{aligned}$$

$$g_1 = (w_{ik} + \mu_{ik} (E_k + t_{ik})) \beta^{E_k + t_{ik}} \quad (14)$$

$$g_2 = (w_{ik} + \mu_{ik} T_k) \beta^{T_k} \quad (15)$$

$$UB_{ik} = \max(g_1, g_2) \quad (16)$$

g_1 براساس زودترین زمان ممکن اجرای عملیات بر روی ماشین k (E_k) و g_2 براساس دیرترین زمان ممکن اتمام عملیات روی ماشین k (T_k) است. شرایط و زمانهای مرتبط با g_1 و g_2 برای سه ماشین به طور نمونه در شکل (۳) نشان داده شده است. با قرار دادن UB_{ik} به عنوان حد بالای مناسب کار i بر روی ماشین k و G_{NPV} به عنوان NPV کارهای زمان بندی شده در σ ، حد بالای هر زمان بندی منتج از σ به صورت S می تواند به صورت رابطه (۱۷) نمایش داده شود.

$$UB_{NPV}(S) = G_{NPV} + \sum_{i \in \sigma} \sum_{k=1}^m UB_{ik} \quad (17)$$

۴-۲-۲- قواعد غلبه در $Fm|pmu|NPV$

برای به دست آوردن اصول غلبه ای که موجب کاهش تعداد گره های رویه شاخه و کران شوند، از دو قضیه زیر بهره گرفته شده است.

قضیه ۳- اگر زمان خاتمه کارهای i و j روی هر ماشین به ماشینهای پیشین ارتباط نداشته به طوری که در هر ماشین رابطه (۱۸) برقرار باشد.

$$R_k + t_{ik} + t_{jk} \leq R_{k+1} \quad \forall k = 1, 2, \dots, m-1 \quad (18)$$

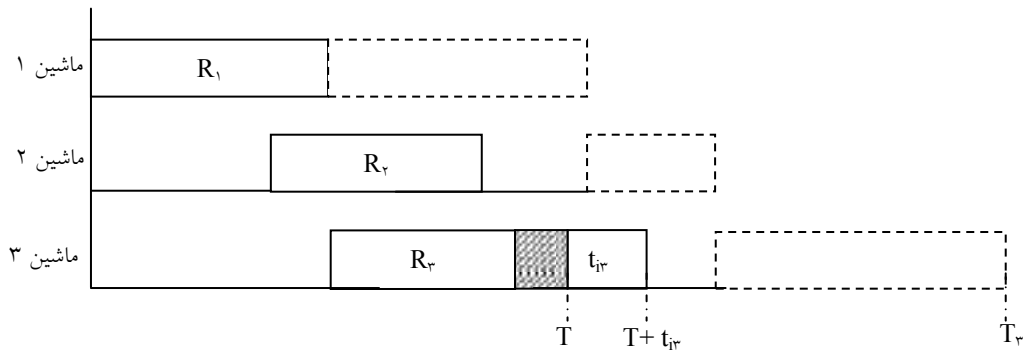
در صورت برقراری رابطه (۱۹)

$$\sum_{k=1}^m \{ (w_{ik} + \mu_{ik} T_{ik})(1 - \beta^{t_{jk}}) - \mu_{ik} t_{jk} \beta^{t_{jk}} \} \beta^{T_{ik}} \quad (19)$$

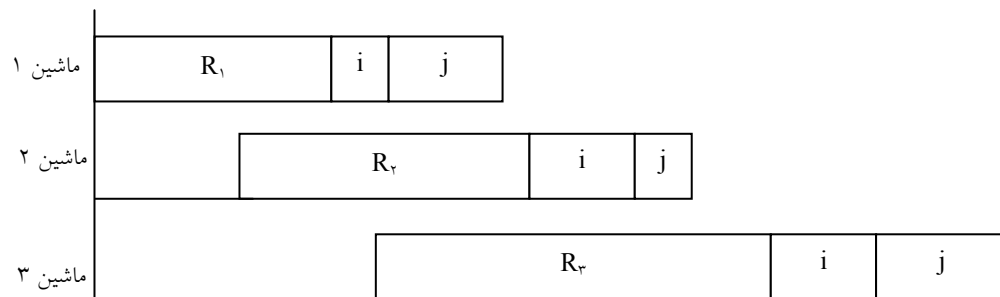
$$- \{ (w_{jk} + \mu_{jk} T_{jk})(1 - \beta^{t_{ik}}) - \mu_{jk} t_{ik} \beta^{t_{ik}} \} \beta^{T_{jk}} > 0$$

زمان بندی بهینه ای وجود دارد که کار i پیش از کار j قرار گیرد.

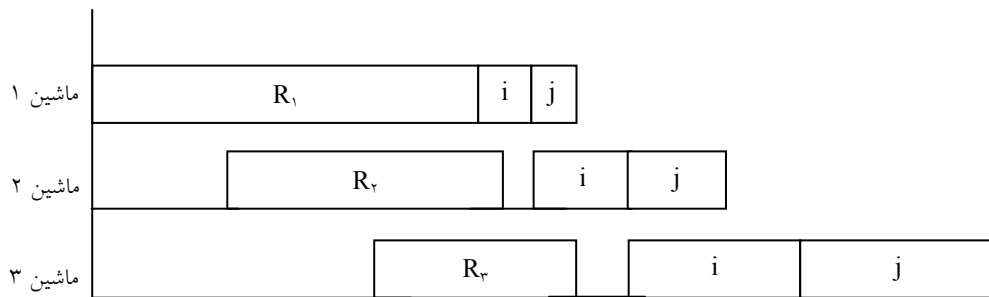
اثبات: شرط اول مطابق شکل (۴)، عدم تاثیر ماشینها بر زمان عملیات کارهای i و j در تعیین زمان اختتام عملیات تضمین می کند. در صورتی که $T_{jk} = R_k + t_{jk}$ و $T_{ik} = R_k + t_{ik}$



شکل ۳- شرایط و زمانهای مرتبط با g_1 و g_2 برای ماشین ۳



شکل ۴- عدم تاثیر محدودیت پیش‌نیازی بر زمان عملیات کارهای i و j (قضیه ۳)



شکل ۵- عدم تاثیر محدودیت منابع بر زمان عملیات کارهای i و j (قضیه ۴)

$$\Leftrightarrow \sum_{k=1}^m \{ (w_{ik} + \mu_{ik} R_1) (\beta^{t'_{ik}} - \beta^{t'_{jk} + t_{ik}}) + \mu_{ik} (t'_{ik} \beta^{t'_{ik}} - (t'_{jk} + t_{ik}) \beta^{t'_{jk} + t_{ik}}) - (w_{jk} + \mu_{jk} R_1) (\beta^{t'_{jk}} - \beta^{t'_{ik} + t_{jk}}) + \mu_{jk} (t'_{jk} \beta^{t'_{jk}} - (t'_{ik} + t_{jk}) \beta^{t'_{ik} + t_{jk}}) \} > 0$$

$$\Leftrightarrow i > j \Leftrightarrow$$

□

کار i پیش از کار j انجام می‌شود.

$$NPV_{ji} = \sum_{k=1}^m (w_{jk} + \mu_{jk} (R_1 + t'_{jk})) \beta^{R_1 + t'_{jk}} + (w_{ik} + \mu_{ik} (R_1 + t'_{jk} + t_{ik})) \beta^{R_1 + t'_{jk} + t_{ik}}$$

$$NPV_{ij} - NPV_{ji} > 0$$

$$\Leftrightarrow \sum_{k=1}^m \{ (w_{ik} + \mu_{ik} R_1) \beta^{R_1} (\beta^{t'_{ik}} - \beta^{t'_{jk} + t_{ik}}) + \mu_{ik} \beta^{R_1} (t'_{ik} \beta^{t'_{ik}} - (t'_{jk} + t_{ik}) \beta^{t'_{jk} + t_{ik}}) - (w_{jk} + \mu_{jk} R_1) \beta^{R_1} (\beta^{t'_{jk}} - \beta^{t'_{ik} + t_{jk}}) + \mu_{jk} \beta^{R_1} (t'_{jk} \beta^{t'_{jk}} - (t'_{ik} + t_{jk}) \beta^{t'_{ik} + t_{jk}}) \} > 0$$

و در نتیجه

۵- نتایج محاسباتی

تنها به مقادیر جریان نقدی مرتبط با هر عمل بستگی دارد. برای بررسی میزان اختلاف دو معیار، توالی بهینه مسئله با معیارهای C_{max} و NPV با استفاده از روش شاخه‌وکران به دست آمده و درصد اختلاف NPV دو توالی، محاسبه و در جدول (۱) نشان داده شده است. برای این منظور ۱۲ دسته مسئله با n برابر ۵، ۱۰ و ۱۵ و m برابر ۵، ۸، ۱۰ و ۱۲ ایجاد و در هر دسته ۳۰ مسئله تصادفی تولید و مقایسه صورت گرفته است. جدول (۱) نشان می‌دهد که حداقل اختلاف بین دو روش برابر ۱۶٫۲۸٪ بوده و تفاوت دو معیار کاملاً مشخص است.

۵-۲- الگوریتم ابتکاری M^* در مسئله NPV

برای بررسی الگوریتم ابتکاری M^* در مسئله تک ماشین، مسائل تصادفی در ۹ دسته با ۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵، ۳۰، ۵۰، ۷۵ و ۱۰۰ کار بررسی شد. در هر دسته، ۳۰ نمونه به طور تصادفی تولید و هر یک با الگوریتم ابتکاری M^* و روش شاخه‌وکران حل شدند. میانگین مدت زمان حل به همراه معیارهای ارزیابی در جدول (۲) نشان داده شده است. نتایج نشان می‌دهد که روش شاخه‌وکران توانسته است که کلیه مسائل تا ۵۰ کار را به صورت بهینه و در مدت زمان معقول حل کند و در ابعاد بزرگتر به دلیل این که از ۴۰۰۰ ثانیه بیشتر شده الگوریتم متوقف شده است. ستون "میانگین مدت زمان روش M^* " نشان می‌دهد که روش ابتکاری M^* در مدت زمان بسیار کم به جواب رسیده است. علاوه بر زمان کم، با توجه به ستون "تعداد جواب بهینه" این روش دارای کیفیت بسیار بالایی است به طوری که در ۹۶٫۶۶٪ موارد جواب بهینه به دست آمده است.

۵-۳- نتایج مسئله $Fm|prmu|NPV$

در این بخش رویه شاخه‌وکران به همراه سه روش ابتکاری $Mp^* + NEH$ و $M^* + NEH$ و Mp^* مورد ارزیابی قرار می‌گیرند. بدین منظور مجموعه داده‌ها با در نظر گرفتن مقادیر n برابر ۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵، ۳۰ و m برابر ۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵، ۳۰ و ۵۰، تعداد ۳۰ مسئله نمونه در هر دسته به صورت تصادفی تولید

برای تحلیل کارایی الگوریتم، مسائل تصادفی بر اساس مطالعه زیمرکوسکی [۱۵] تولید شده است. در این مسائل مدت زمان فرایند هر کار بر روی هر ماشین با توزیع یکنواخت گسسته در دامنه $[۱, ۳۰]$ ، دریافتی زمان صفر (w) با یک توزیع یکنواخت گسسته در دامنه $[۱, ۱۰۰]$ و نرخ جریمه دیرکرد (μ) با یک توزیع یکنواخت در دامنه $[۰, ۰,۰۰۱w]$ ، $-۰,۰۱w$ تولید شده است. میزان نرخ جریمه دیرکرد برای نزدیکی به واقعیت، نسبتی از دریافتی اولیه در نظر گرفته شد؛ به طوری که با افزایش دریافتی اولیه، نرخ جریمه بیشتری تجربه می‌شود. همچنین نرخ تنزیل برای همه نمونه‌ها برابر $\beta = ۰,۹۵$ استفاده شده است. کلیه رویه‌ها در نرم‌افزار ویژوال ++C کدنویسی شده و بر روی یک رایانه پنتیوم IV با پردازشگر ۳٫۴ گیگا هرتز و ۵۱۲ مگابایت RAM و سیستم عامل ویندوز XP اجرا شد. برای مقایسه کیفیت جواب روشهای ابتکاری، دو معیار در نظر گرفته شده است. معیار اول، تعداد جواب معادل با روش شاخه‌وکران است که توسط روش ابتکاری به دست آمده و معیار دوم درصد خطا (ARE^{13}) است که در آن فاصله جواب روش ابتکاری با جواب روش شاخه‌وکران به صورت رابطه (۲۳) محاسبه می‌شود.

$$ARE = \frac{\sum_{j=1}^p \frac{ONPV_j - HNPV_j}{ONPV_j}}{p} \times 100 \quad (23)$$

که در آن ARE میانگین درصد خطای نسبی بین جواب روش ابتکاری و جواب بهینه، p تعداد مسئله در دسته و $ONPV_j$ و $HNPV_j$ به ترتیب مقدار NPV حاصل از روش شاخه‌وکران و روش ابتکاری هستند.

۵-۱- تفاوت معیار C_{max} و NPV

هدف مسئله $Fm|prmu|NPV$ ، بیشینه کردن مقدار تنزیل یافته جریان نقدی کارهای مختلف است. هر چند معیارهای C_{max} و NPV معمولاً دارای همبستگی مثبت‌اند ولی زمان‌بندی زودتر ضرورتاً NPV جریانهای نقدی را افزایش نمی‌دهد و این معیار

جدول ۱- مقایسه درصد اختلاف ارزش فعلی خالص در

دو مدل $Fm|prmu|C_{max}$ و $Fm|prmu|NPV$

تعداد کار (n)			تعداد ماشین (m)
۱۵	۱۰	۵	
۲۰,۵۴	۱۸,۱	۱۶,۲۸	۵
۲۷,۸۲	۲۲,۷	۲۴,۷۱	۸
۲۸,۴۳	۲۵,۶۸	۲۷,۴	۱۰
۲۴,۵۹	۳۴,۷۷	۳۱,۵۳	۱۲

جدول ۲- نتایج عملکرد الگوریتم ابتکاری M^* در مسئله تک ماشین

تعداد کار (n)	تعداد مسائل	میانگین زمان روش B&B (ثانیه)	تعداد جواب بهینه روش M^*	درصد اختلاف روش M^* با B&B	میانگین زمان روش M^* (ثانیه)
۵	۳۰	۰,۰۰۰	۳۰	۰,۰۰۰	۰,۰۰
۱۰	۳۰	۰,۰۰۰	۳۰	۰,۰۰۰	۰,۰۰
۱۵	۳۰	۰,۰۰۲	۲۹	۰,۰۰۴	۰,۰۰
۲۰	۳۰	۰,۰۰۸	۲۸	۰,۰۱۵	۰,۰۱
۲۵	۳۰	۰,۲۳	۲۵	۰,۰۱۶	۰,۰۲
۳۰	۳۰	۱,۲۴	۲۶	۰,۰۰۱	۰,۰۴
۵۰	۳۰	۱۳۳,۲۹	۲۰	۰,۰۱۹	۰,۳۵
۷۵	۳۰	-	-	-	۲,۸۰
۱۰۰	۳۰	-	-	-	۸,۹۷
جمع	۱۸۰		۱۷۴		

شده است. به منظور بررسی پیچیدگی و زمان حل روش شاخه و کران در ابعاد مختلف، این روش با حداکثر مدت زمان ۴۰۰۰ ثانیه اجرا شد. تعداد مسائل به همراه میانگین، کمینه و بیشینه زمان حل مسائلی که در محدوده زمانی مشخص شده به جواب بهینه رسیده‌اند، در جدول (۳) نشان داده شده است. با توجه به ستون "تعداد جواب بهینه" و "میانگین زمان حل"، مشخص می‌شود که رویه شاخه و کران در حل مسائل با ابعاد کوچک و متوسط دارای کارایی و مدت زمان حل مناسب است ولی برای اندازه‌های بزرگ دارای کارایی کمتر است. از سوی دیگر تعداد ماشین (m) در زمان حل تاثیر بسیار کمتری در

مقایسه با تعداد کارها (n) دارد. همچنین مشخص می‌شود که کمینه و بیشینه زمان حل بهینه نیز فاصله زیادی با میانگین زمان حل ندارد. نتایج عملکرد روشهای ابتکاری نیز در جدول (۴) مورد ارزیابی قرار گرفته است. در این مقایسه، متوسط درصد اختلاف جواب حاصل از الگوریتمها با روش شاخه و کران برای ۳۰ مسئله محاسبه و در مواردی که جواب بهینه با استفاده از الگوریتم شاخه و کران حاصل نشده، بهترین جواب به دست آمده تا آن مرحله در نظر گرفته شده است. در جدول (۴) مشخص است که روش Mp^*+NEH توانسته که به طور میانگین تعداد ۱۲۱۳ از ۱۲۶۰ مسئله را به صورت بهینه حل کرده است. به

جدول ۳- نتایج عملکرد روش شاخه و کران مسئله $Fm|prmu|NPV$ B&B (ثانیه)

مدت زمان روش B&B (ثانیه)			تعداد جواب بهینه	تعداد مسائل	اندازه مسئله	
بیشینه	کمینه	میانگین			m	n
۰٫۰۲	۰٫۰۰	۰٫۰۰	۳۰	۳۰	۵	۵
۰٫۰۲	۰٫۰۰	۰٫۰۱	۳۰	۳۰	۱۰	
۰٫۰۳	۰٫۰۱	۰٫۰۲	۳۰	۳۰	۱۵	
۰٫۰۶	۰٫۰۳	۰٫۰۵	۳۰	۳۰	۲۰	
۰٫۱۲	۰٫۰۵	۰٫۰۷	۳۰	۳۰	۲۵	
۰٫۱۴	۰٫۰۶	۰٫۱۰	۳۰	۳۰	۳۰	
۰٫۳۶	۰٫۲۲	۰٫۲۸	۳۰	۳۰	۵۰	
۰٫۰۸	۰٫۰۳	۰٫۰۴	۳۰	۳۰	۵	۱۰
۰٫۲۲	۰٫۱۴	۰٫۱۷	۳۰	۳۰	۱۰	
۰٫۴۸	۰٫۲۸	۰٫۳۵	۳۰	۳۰	۱۵	
۰٫۹۰	۰٫۴۷	۰٫۶۴	۳۰	۳۰	۲۰	
۱٫۱۴	۰٫۷۰	۰٫۸۹	۳۰	۳۰	۲۵	
۲٫۱۹	۱٫۱۱	۱٫۴۵	۳۰	۳۰	۳۰	
۶٫۲۱	۲٫۸۶	۳٫۷۵	۳۰	۳۰	۵۰	
۰٫۹۲	۰٫۲۲	۰٫۴۱	۳۰	۳۰	۵	۱۵
۲٫۷۳	۰٫۷۸	۱٫۳۴	۳۰	۳۰	۱۰	
۳٫۵۱	۱٫۶۹	۲٫۳۵	۳۰	۳۰	۱۵	
۹٫۳۰	۲٫۵۸	۴٫۸۲	۳۰	۳۰	۲۰	
۱۱٫۶۷	۴٫۳۴	۶٫۳۵	۳۰	۳۰	۲۵	
۲۳٫۴۱	۵٫۶۷	۹٫۷۱	۳۰	۳۰	۳۰	
۵۹٫۹۵	۱۹٫۸۱	۲۶٫۷۹	۳۰	۳۰	۵۰	
۲۰٫۸۶	۰٫۹۸	۴٫۵۴	۳۰	۳۰	۵	۲۰
۳۸٫۳۱	۳٫۳۳	۱۲٫۹۰	۳۰	۳۰	۱۰	
۳۱٫۹۸	۵٫۵۶	۱۳٫۵۱	۳۰	۳۰	۱۵	
۳۵۶٫۰۸	۱۴٫۱۷	۴۱٫۸۷	۳۰	۳۰	۲۰	
۵۱۴٫۷۵	۱۸٫۷۷	۸۲٫۵۶	۳۰	۳۰	۲۵	
۲۸۰٫۳۷	۲۶٫۴۷	۷۱٫۹۱	۳۰	۳۰	۳۰	
۱۴۵۸٫۴۷	۶۷٫۰۸	۲۳۱٫۰۶	۳۰	۳۰	۵۰	
۱۸۹٫۵۵	۲٫۹۵	۴۵٫۶۹	۳۰	۳۰	۵	۲۵
۹۹۰٫۱۷	۱۰٫۷۵	۱۳۲٫۹۴	۳۰	۳۰	۱۰	
۱۰۳۳٫۵۱	۲۵٫۸۷	۱۳۷٫۰۸	۳۰	۳۰	۱۵	
۱۵۰۷٫۰۶	۶۴٫۱۷	۲۸۲٫۳۵	۳۰	۳۰	۲۰	
۲۵۵۹٫۹۹	۶۲٫۵۵	۴۵۳٫۷۱	۲۹	۳۰	۲۵	
۲۴۲۲٫۹۹	۹۷٫۹۵	۵۵۶٫۸۳	۳۰	۳۰	۳۰	
۳۴۹۷٫۶۴	۳۲۱٫۰۳	۱۲۱۷٫۳۷	۲۷	۳۰	۵۰	
۲۳۳۱٫۶۲	۶٫۳۴	۳۷۹٫۰۱	۳۰	۳۰	۵	۳۰
۲۲۲۵٫۲۶	۴۳٫۲۷	۴۲۴٫۰۴	۲۷	۳۰	۱۰	
۳۸۸۱٫۶۶	۹۷٫۸۰	۸۲۷٫۹۹	۲۷	۳۰	۱۵	
۳۷۹۴٫۸۹	۲۶۵٫۱۲	۱۰۱۸٫۲۹	۲۴	۳۰	۲۰	
۳۹۵۳٫۳۰	۲۹۷٫۴۷	۱۶۶۷٫۶۸	۱۹	۳۰	۲۵	
۳۹۲۱٫۲۷	۲۹۵٫۷۳	۱۶۱۹٫۸۷	۱۹	۳۰	۳۰	
۳۳۸۲٫۸۲	۹۰۰٫۴۹	۱۷۴۰٫۸۵	۸	۳۰	۵۰	

جدول ۴- نتایج عملکرد الگوریتم‌های ابتکاری مسئله $Fm|prmu|NPV$

روش Mp^*+NEH			روش $M1^*+NEH$			روش Mp^*			تعداد مسائل	اندازه مسئله	
میانگین مدت زمان (ثانیه)	درصد اختلاف با B&B	تعداد جواب معادل با B&B	میانگین مدت زمان (ثانیه)	درصد اختلاف با B&B	تعداد جواب معادل با B&B	میانگین مدت زمان (ثانیه)	درصد اختلاف با B&B	تعداد جواب معادل با B&B		m	n
۰,۰۰	۰,۰۰۰	۳۰	۰,۰۰	۰,۰۰۰	۳۰	۰,۰۰	۰,۰۰۰	۳۰	۳۰	۵	۵
۰,۰۱	۰,۰۰۰	۳۰	۰,۰۰	۰,۰۰۰	۳۰	۰,۰۰	۰,۰۰۰	۳۰	۳۰	۱۰	
۰,۰۲	۰,۰۰۰	۳۰	۰,۰۱	۰,۰۰۶	۲۹	۰,۰۱	۰,۱۸۶	۲۹	۳۰	۱۵	
۰,۰۳	۰,۰۰۰	۳۰	۰,۰۱	۰,۰۰۰	۳۰	۰,۰۲	۰,۰۰۰	۳۰	۳۰	۲۰	
۰,۰۴	۰,۰۰۰	۳۰	۰,۰۲	۰,۱۸۰	۲۹	۰,۰۲	۰,۰۰۰	۳۰	۳۰	۲۵	
۰,۱۳	۰,۰۰۰	۳۰	۰,۰۵	۰,۰۰۰	۳۰	۰,۰۳	۰,۰۰۰	۳۰	۳۰	۳۰	
۰,۰۲	۰,۰۰۰	۳۰	۰,۰۲	۰,۰۱۱	۲۸	۰,۰۸	۰,۰۰۰	۳۰	۳۰	۵۰	
۰,۰۷	۰,۰۰۱	۲۹	۰,۰۳	۰,۰۶۲	۲۴	۰,۰۱	۰,۰۰۰	۳۰	۳۰	۵	۱۰
۰,۱۵	۰,۰۰۰	۳۰	۰,۰۶	۰,۰۰۰	۳۰	۰,۰۵	۰,۰۰۰	۲۸	۳۰	۱۰	
۰,۲۸	۰,۰۰۰	۳۰	۰,۱۰	۰,۰۰۱	۲۸	۰,۱۰	۰,۰۰۰	۳۰	۳۰	۱۵	
۰,۴۰	۰,۰۰۰	۳۰	۰,۱۴	۰,۰۰۰	۳۰	۰,۲۰	۰,۰۰۰	۳۰	۳۰	۲۰	
۰,۶۳	۰,۰۰۰	۳۰	۰,۲۱	۰,۰۱۰	۲۷	۰,۲۶	۰,۰۰۰	۳۰	۳۰	۲۵	
۱,۶۱	۰,۰۰۰	۳۰	۰,۵۵	۰,۰۲۸	۲۸	۰,۴۲	۰,۰۰۰	۳۰	۳۰	۳۰	
۰,۱۰	۰,۰۰۰	۳۰	۰,۰۳	۰,۳۸۰	۱۱	۱,۰۷	۰,۰۰۰	۳۰	۳۰	۵۰	
۰,۳۹	۰,۰۰۰	۳۰	۰,۱۰	۰,۰۲۰	۲۲	۰,۰۷	۰,۰۰۰	۲۹	۳۰	۵	۱۵
۰,۸۱	۰,۰۰۰	۲۹	۰,۲۵	۰,۰۰۰	۲۸	۰,۲۹	۰,۰۳۰	۲۹	۳۰	۱۰	
۱,۴۳	۰,۰۰۰	۳۰	۰,۴۳	۰,۰۷۹	۲۳	۰,۵۶	۰,۰۰۰۵	۲۹	۳۰	۱۵	
۲,۱۴	۰,۰۰۰	۲۹	۰,۶۴	۰,۰۰۱	۲۱	۰,۹۹	۰,۰۰۳	۲۹	۳۰	۲۰	
۳,۰۴	۰,۰۰۰	۳۰	۰,۹۱	۰,۱۶۶	۲۱	۱,۴۸	۰,۰۰۰	۲۹	۳۰	۲۵	
۸,۹۶	۰,۰۰۱	۲۹	۲,۶۵	۰,۰۰۴	۲۳	۲,۱۴	۰,۰۰۰	۳۰	۳۰	۳۰	
۰,۳۶	۰,۰۴۱	۲۷	۰,۰۷	۰,۲۲۵	۴	۶,۳۲	۰,۰۰۰	۲۹	۳۰	۵۰	
۱,۴۱	۰,۰۰۳	۲۸	۰,۳۰	۰,۱۱۳	۸	۰,۲۹	۰,۲۸۱	۲۵	۳۰	۵	۲۰
۲,۷۳	۰,۰۰۲	۲۸	۰,۶۷	۰,۰۵۸	۱۶	۱,۰۹	۰,۰۰۶	۲۸	۳۰	۱۰	
۵,۲۲	۰,۰۰۰	۳۰	۱,۳۰	۰,۱۱۷	۱۰	۲,۰۳	۰,۱۵۱	۲۸	۳۰	۱۵	
۰,۰۰	۰,۰۰۰	۳۰	۰,۰۰	۰,۰۰۰	۳۰	۳,۹۰	۰,۰۰۰	۳۰	۳۰	۲۰	
۷,۸۵	۰,۰۰۱	۲۹	۱,۷۰	۰,۲۳۴	۱۱	۶,۱۶	۰,۰۰۰	۲۹	۳۰	۲۵	
۱۱,۹۳	۰,۰۰۶	۲۸	۳,۰۵	۰,۱۰۷	۱۳	۸,۸۶	۰,۰۰۷	۲۸	۳۰	۳۰	
۲۷,۵۴	۰,۰۰۴	۲۹	۷,۵۱	۰,۰۲۲	۱۹	۱۹,۹۹	۰,۰۰۴	۲۹	۳۰	۵۰	
۱,۰۲	۰,۰۱۰	۲۸	۰,۱۶	۰,۶۰۵	۲	۰,۸۴	۰,۰۱۰	۲۷	۳۰	۵	۲۵
۳,۵۵	۰,۰۰۰	۲۷	۰,۶۸	۱,۳۰۳	۲	۲,۸۶	۰,۰۱۸	۲۵	۳۰	۱۰	
۷,۵۲	۰,۰۰۰	۳۰	۱,۵۲	۰,۴۰۷	۳	۵,۹۶	۰,۰۰۰	۳۰	۳۰	۱۵	
۱۵,۱۴	۰,۰۰۰	۲۹	۳,۰۱	۰,۵۱۹	۱	۱۲,۰۶	۰,۰۰۰	۲۸	۳۰	۲۰	
۲۰,۲۵	۰,۰۰۱	۲۷	۴,۱۲	۰,۳۱۵	۴	۱۶,۰۸	۰,۰۱۱	۲۶	۳۰	۲۵	
۳۵,۷۴	۰,۰۰۱	۲۸	۷,۹۷۸۰	۰,۲۸۶	۸	۲۷,۷۲	۰,۰۰۲	۲۷	۳۰	۳۰	
۸۷,۰۲	۰,۰۰۰	۲۹	۱۷,۸۰	۰,۴۶۳	۶	۶۹,۱۳	۰,۰۰۰	۲۸	۳۰	۵۰	
۲,۰۹	۰,۰۰۰	۲۵	۰,۲۸	۱,۰۷۸	۰	۱,۷۹	۰,۳۵۹	۲۳	۳۰	۵	۳۰
۷,۷۹	۰,۰۰۱	۲۴	۱,۲۱	۰,۴۲۲	۲	۶,۵۵	۰,۰۰۲	۲۴	۳۰	۱۰	
۱۷,۲۴	۰,۰۰۱	۲۸	۲,۹۱	۰,۲۰۸	۳	۱۴,۲۹	۰,۰۰۲	۲۸	۳۰	۱۵	
۳۰,۶۳	۰,۰۰۱	۲۷	۵,۶۰	۰,۲۱۷	۳	۲۴,۹۹	۰,۰۰۴	۲۷	۳۰	۲۰	
۴۴,۹۹	۰,۰۰۰	۲۸	۸,۴۹	۰,۱۶۳	۳	۳۶,۴۲	۰,۰۰۶	۲۸	۳۰	۲۵	
۵۸,۶۵	۰,۰۰۱	۲۹	۱۱,۸۴	۰,۳۹۱	۳	۴۶,۷۵	۰,۰۰۱	۲۷	۳۰	۳۰	
۱۶۷,۴۱	۰,۰۰۰	۲۹	۳۴,۸۱	۰,۲۹۵	۹	۱۳۲,۳۹	۰,۰۰۰	۲۷	۳۰	۵۰	
۱۳,۷۲	۰,۰۰۲	۲۸,۸۸۱	۲,۸۹	۰,۲۰۳	۱۶,۲۳۸	۱۰,۸۱	۰,۰۲۶	۲۸,۴۰۵			میانگین

کوچک و متوسط دارای کارایی بالاست. در ادامه با الهام از الگوریتم ابتکاری در حالت تک ماشین و الگوریتم NEH، سه الگوریتم $Mp^* + NEH$ و $M1^* + NEH$ و $Mp^* + NEH$ توسعه داده شد. همچنین نشان داده شد که الگوریتم $Mp^* + NEH$ از کارایی بیشتری نسبت به سایر الگوریتمها برخوردار است.

به دست آوردن مدل‌های جدید برای محیط‌های پیچیده‌تر زمان‌بندی با فرض قطع عملیات، ورود غیرهمزمان و بیکاری عمدی و همچنین در محیط‌هایی با عدم قطعیت فرایند یا پرداخت می‌تواند برای تحقیقات آتی در نظر گرفته شود. همچنین مناسب است که بر روی پارامترهای مسئله، تحلیل حساسیت صورت گیرد تا تاثیر هر یک از پارامترها در شرایط بهینگی مشخص شود.

قدردانی

از داوران محترم که با ارائه نقطه نظرات مناسب، موجب غنای هر چه بیشتر مطالب علمی مقاله شدند، تشکر می‌شود.

عبارت دیگر این روش در ۹۶٫۳٪ مسائل به جواب بهینه دست یافته است. این در حالی است که با توجه به ستون "درصد اختلاف با B&B" این روش دارای کمترین فاصله با جواب بهینه با ۰٫۰۰۲٪ اختلاف است. مدت زمان حل روش از $Mp^* + NEH$ در مقایسه با دو الگوریتم دیگر بیشتر است اما مقدار متوسط آن برابر ۱۳٫۷۲ ثانیه است که از نظر عملی قابل اجرا و معقول است.

۶- نتیجه‌گیری و پیشنهادات

در این مطالعه زمان‌بندی تک ماشین و جریان کارگاهی با جریانهای نقدی خطی وابسته به زمان با معیار ارزش فعلی خالص (NPV) برای کلیه کارها در نظر گرفته شد. در ابتدا یک الگوریتم ابتکاری برای مسئله تک ماشین ارائه و کارایی آن نشان داده شد. همچنین رویه شاخه‌وکران برای مسئله جریان کارگاهی با تعیین حدود بالا و پایین مناسب و قواعد غلبه توسعه داده شد. آزمایشهای تجربی بر روی یک مجموعه داده تولید شده به صورت تصادفی نشان داد که الگوریتم شاخه‌وکران در مسائل

واژه نامه

- | | | |
|--|--|----------------------------|
| 1. payment scheduling problem | 5. resource constrained project scheduling | 9. job dispatch rule |
| 2. net present value | problem with discounted cash flows | 10. job release rule |
| 3. simulated annealing | 6. tabu search | 11. semi-active |
| 4. resource constrained project scheduling problem | 7. genetic algorithm | 12. depth first |
| | 8. ant colony optimization | 13. average relative error |

مراجع

- Lawrence, S.R., "Scheduling A Single Machine to Maximize Net Present Value," *International Journal of Production Research*, Vol. 29, No. 6, pp. 1141-1160, 1991.
- Russell, A.H., "Cash Flows in Networks," *Management Science*, Vol. 16, No. 5, pp. 357-373, 1970.
- Grinold R.C., "The Payment Scheduling Problem," *Naval Research Logistics*, Vol. 19, pp. 123-136, 1972.
- Vanhoucke, M., Demulemeester, E., and Herroelen, W.S., "A Validation Of Procedures For Maximizing The Net Present Value Of A Project," Research Report. No. 0030, 2000, Department of Applied Economics, Katolike University Leuven.
- Elmaghraby, S.E., and Herroelen, W., "The Scheduling of Activities to Maximize the Net Present Value of Projects," *European Journal of Operational Research*, Vol. 49, pp. 35-49, 1990.
- Etgar, R., Shtub, A., and Leblance, J.L., "Scheduling Project to Maximize Net Present Value The Case of Time-Dependent, Contingent Cash Flows," *European Journal of Operational Research* Vol. 96, No. 1, pp. 90-96, 1997.
- Etgar, R., and Shtub, A., "Scheduling Project Activities to Maximize the Net Present Value – The Case of Linear Time-Dependent Cash flows," *International Journal Of Production Research*, Vol. 37, No. 2, pp. 329-339, 1999.

8. Vanhoucke, M., and Demulemeester, E., and Herroelen, W. S., "Maximizing the Net Present Value of A Project with Linear Time-Dependent Cash Flows," *International Journal of Production Research*, Vol. 39, No 14, pp 3159-3181, 2001.
9. مصلحی، ق و قهار، ه، ارایه یک الگوریتم ابتکاری برای مسئله زمان بندی پروژه با هدف حداکثر کردن خالص ارزش فعلی، نشریه علمی-پژوهشی استقلال، سال ۲۵، شماره ۲ ص ۱۱-۳۰، اسفند ۱۳۸۵.
10. Doersch R.H., and Patterson J.H., "Scheduling a Project to Maximize its Present Value: a Zero-One Programming Approach," *Management Sciences*, Vol. 23, No. 8, pp. 882-889, 1977.
11. Icmeli, O., and Erenguc, S.S., "A Branch and Bound Procedure for the Resource Constrained Project Scheduling Problem with Discounted Cash flows," *Management Science*, Vol. 42, No. 10, pp. 1395-1407, 1996.
12. Icmeli, O., and Erenguc, S.S., "A Tabu Search Procedure for Resource Constrained Project Scheduling Problem with Discounted Cash flows," *Computers and Operations Research*, Vol. 21, No. 8, pp. 841-853, 1994.
13. Lee, J.-K., and Kim, Y.-D., "Search Heuristics For Resource-Constrained Project Scheduling," *Journal of the Operational Research Society*, Vol. 47, pp. 678-689, 1996.
۱۴. بهرامی، ف و مصلحی، ق، "بیشینه‌سازی NPV پیمانکار در مسائل زمان‌بندی پروژه با محدودیت منابع با استفاده از الگوریتم جامعه مورچگان،" مجموعه مقالات چهارمین کنفرانس بین‌المللی مدیریت، آذر ۱۳۸۵.
15. Szmerekovsky, J.G., "Single Machine Scheduling Under Market Uncertainty," *European Journal of Operational Research*, Vol. 177, No. 1, pp. 163-175, 2007.
16. Baker K.R., *Introduction to Sequencing and Scheduling*, Wiley, New York, 1974.
17. Gurey, M.R., Johnson D.S., and Sethi R., "The Complexity of Flow Shop and Job Shop Scheduling," *Mathematics of Operations Research*, Vol. 1, pp. 117-129, 1976.
18. Hejazi, S.R, and Saghafian, S., "Flow Shop Scheduling Problems with Makespan Criterion," *International Journal of Production Research*, Vol. 43, No. 14, pp. 2895 - 2929, 2005.
19. French, S., *Sequencing and Scheduling: An Introduction to the Mathematics of the Job Shop*, Ellis Horwood Limited, England, 1986.
20. Campbell, H.G., Dudek, K.A., Smith, M.L., "A Heuristic Algorithm for n Job, m Machine Sequencing Problem," *Management Science*, Vol. 16, pp. B630-B637, 1970.
21. Nawaz, M., Emscore, Jr. E.E., and Ham, I., "A Heuristic on the m Machine, n Job flow shop Sequencing Problem," *Omega*, Vol. 1, pp. 91-95, 1983.
22. Reeves, C.R., "A Genetic Algorithm for Flow Shop Sequencing," *Computers and Operations Research*, Vol. 22, No. 1, pp. 5-13, 1995.
23. Scudder, G.D., and Smith-Daniels, D.E., Application of the Net Present Value Criterion in Random and Flow Shop Scheduling, *Decision Sciences*, Vol. 20, No. 3, pp. 602- 622, 1989.